

Лабораторная работа № 2-09

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ЗАРЯЖЕННЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СФЕР

Ю.А. Рахитадт, Р.В. Худобин

Цель работы

Измерить электрический потенциал и напряженность электростатического поля заряженной металлической сферы.

Теоретическое введение

Электромагнитное поле есть область пространства, в каждой точке которой задан вектор $\vec{F}_{\text{ЭМ}}(\vec{r})$ – *электромагнитная сила* – являющийся функцией координат и характеризующий силовое взаимодействие поля и любого *заряженного* тела.

Источник электрического поля. Источником электромагнитного поля является электрический заряд. *Электрический заряд* – это свойство некоторых элементарных частиц вступать в электромагнитное взаимодействие. Электрический заряд может быть *положительным* и *отрицательным*. Принято считать, что протон заряжен положительно: p^+ , $q_p > 0$, а электрон – отрицательно: e^- , $q_e < 0$. Во всех формулах и уравнениях принято считать заряд величиной *алгебраической*: положительный заряд $q > 0$ и отрицательный заряд $q < 0$.

Величина заряда зависит от плотности распределения заряда и от размеров заряженного тела. Например,

$$q = \iint_S \sigma dS, \quad (9.1)$$

где σ - поверхностная и линейная плотности распределения заряда по поверхности S .

Абсолютная величина заряда у всех элементарных частиц одинакова. Этот заряд называется *элементарным*. Поскольку элементарные частицы суть неделимые объекты, то и электрический заряд у тел может изменяться не непрерывно, а лишь *дискретно*, конечными порциями. Минимальная возможная порция равна элементарному заряду. Это свойство заряда называют *квантованностью*. *Квант электрического заряда* – элементарный электрический заряд –

$$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.} \quad (9.2)$$

Квант заряда, т.е. элементарный заряд, представляет собой естественную единицу заряда. Однако она слишком мала для практических целей. В СИ используют в качестве единицы 1 *кулон* (Кл) = $6,25 \cdot 10^{18} \cdot |e|$. В свободном состоянии все заряды кратны целому числу элементарных электрических зарядов:

$$q = \pm N|e|. \quad (9.3)$$

Силовые и энергетические характеристики полей. *Напряженность силового поля* – скрытая силовая характеристика поля, которая проявляется при внесении в поле пробного тела (массы, заряда). Напряженность поля – векторная величина.

Размерность напряженности электрического поля

$$\frac{r}{E} = \left[\frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}} \right]. \quad (9.4)$$

Потенциал поля ϕ – это скрытая энергетическая характеристика поля, которая проявляется при внесении в поле пробного тела (пробной массы или пробного заряда) и зависит от источника поля и от расстояния от него до точки в поле. Потенциал ϕ – скалярная величина.

Размерность потенциала электрического поля

$$\phi = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В (вольт)} \right]. \quad (9.5)$$

Наглядное представление полей. Силовые поля могут быть представлены с помощью линий напряженности – так называемых *силовых линий*. По картине силовых

линий поля можно разделить на *однородные* и *неоднородные*. Поле называется *однородным*, если его напряженность во всех точках одинакова. В *неоднородных* полях напряженность зависит от величины и направления радиус-вектора, проведенного от источника поля в исследуемую точку. Силовые линии неоднородных полей могут быть *расходящимися*, например, электрическое поле неподвижного положительного точечного заряда (рис. 9.1) или *сходящимися*, например, электрическое поле неподвижного отрицательного заряда (рис. 9.2).

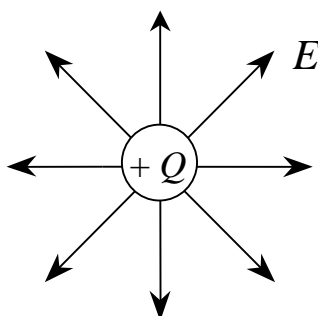


Рис. 9.1. Электростатическое поле точечного положительного заряда

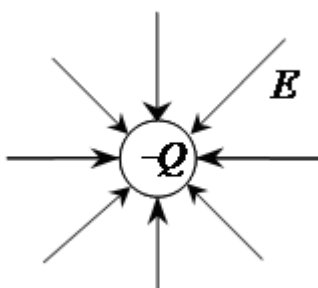


Рис. 9.2. Электростатическое поле точечного отрицательного заряда

Линии напряженности электростатических полей являются именно *силовыми*, так как касательная к силовой линии в любой точке совпадает с вектором напряженности поля и с вектором силы, действующей на пробное тело в данной точке поля.

Электрическая сила. Электромагнитное поле проявляет себя, действуя с определенной силой на помещенные в него заряды. Заряд, с помощью которого изучаются свойства поля, называется *пробным*.

Опыт показывает, что в любом электромагнитное поле сила, действующая на неподвижный заряд, зависит только от величины заряда и его местоположения в поле, причем всегда

$$F \sim Q. \quad (9.6)$$

Воздействие этого типа легко описать, если каждой точке поля поставить в соответствие такой вектор $\overset{1}{E}$, который служил бы коэффициентом пропорциональности в формуле (9.6). Тогда, если задано поле $\overset{1}{E} = \overset{1}{E}(x, y, z)$ или $\overset{1}{E} = \overset{1}{E}(\overset{r}{r})$, то тем самым определена и сила, с которой поле воздействует на помещенный в любую его точку заряд.

Сила, действующая на неподвижный заряд, называется *электрической силой* $\overset{1}{F}_3$.

Векторная физическая величина $\overset{1}{E}$, характеризующая то состояние поля, которое обуславливает действие $\overset{1}{F}_3$, называется *электрической напряженностью* электромагнитного поля. Таким образом, электрическая сила, действующая, например, со стороны заряда Q_1 на заряд Q_2 , равна

$$\overset{r}{F}_3^{1 \rightarrow 2} = Q_2 \overset{r}{E}_1, \quad (9.7)$$

где $\overset{1}{E}_1$ – напряженность электрического поля, созданного зарядом Q_1 .

Электростатическое поле неподвижного точечного заряда

Электрическое поле *неподвижного* точечного заряда называется *кулоновским* и является *статическим* и сферически симметричным.

Напряженность электрического поля неподвижного точечного заряда

$$\overset{r}{E}(\overset{r}{r}) = k \frac{Q}{\epsilon r^2} \frac{\overset{1}{r}}{r}, \quad (9.8)$$

где заряд Q – источник поля, k – коэффициент, зависящий от выбора системы единиц измерения физических величин (например, в СИ $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная). В СИ электрические заряды измеряют в кулонах (Кл).

Зависимость $E(r)$ представлена на рис. 9.3.

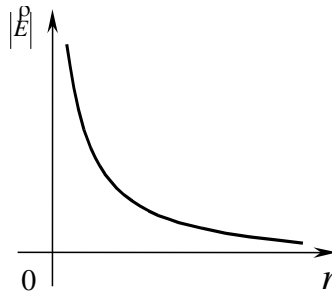


Рис. 9.3. Зависимость модуля вектора напряженности электрического поля точечного заряда от расстояния

Картины линий напряженности («силовых линий») электрического поля точечных зарядов даны на рис. 9.1 и 9.2.

Силовая (векторная) характеристика электрического поля \vec{E} и энергетическая (скалярная) характеристика поля φ связаны друг с другом соотношением:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \quad (9.9)$$

где $\text{grad}\varphi$ (градиент потенциала) – вектор, направленный в сторону быстрого увеличения потенциала поля (рис. 9.4, а и б).

$$\text{grad}\varphi = \nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{e}_z, \quad (9.10)$$

∇ – векторный дифференциальный оператор (набла), а $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – единичные векторы (орты), направленные вдоль соответствующих осей декартовой системы координат.

Расчет потенциала электрического поля точечного заряда. На основе взаимосвязи напряженности и потенциала $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ получаем

$$\left. \begin{aligned} \partial\varphi &= -E_r \partial r, \\ \int \partial\varphi &= -\int k \frac{Q}{r^2} \partial r, \\ \varphi &= k \frac{Q}{r} + C. \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

Если считать, что $\varphi \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, тогда $C = 0$. Следовательно, потенциал поля точечного заряда Q

$$\varphi = k \frac{Q}{\varepsilon r}, \quad (9.12)$$

где заряд Q может быть положительным ($Q > 0$) и отрицательным ($Q < 0$).

Зависимости $\varphi(r)$ представлены на рис. 9.4, *а* и *б*.

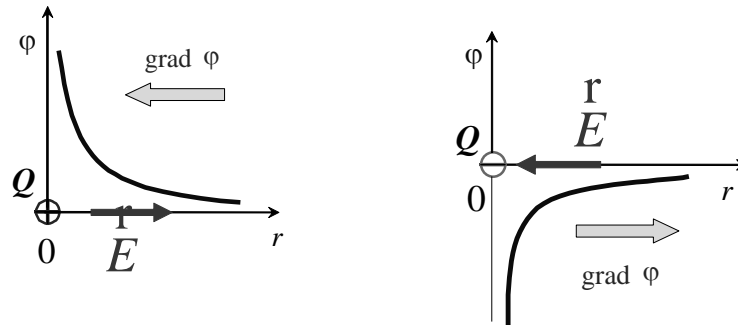


Рис. 9.4. Зависимость потенциала поля от расстояния:
а – для положительного заряда; *б* – для отрицательного заряда

Электрическое поле может быть представлено не только картиной силовых линий, но и картиной *эквипотенциальных поверхностей*. Эквипотенциальная поверхность (*поверхность равного потенциала*) есть воображаемая поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал. Эквипотенциальную поверхность можно провести через любую точку поля. Однако целесообразно проводить поверхности так, чтобы разность потенциалов между соседними поверхностями была всюду одна и та же. Тогда по густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить о модуле напряженности поля – там, где поверхности гуще, потенциал изменяется вдоль линии поля быстрее и следовательно, напряженность поля больше; там, где поверхности реже, напряженность поля меньше.

На рис. 9.5 представлена картина эквипотенциальных поверхностей поля положительного точечного заряда (слева). Для сопоставления с ней на том же рисунке дана картина силовых линий поля того же заряда (справа). Густота эквипотенциальных поверхностей и густота силовых линий уменьшаются в удалении от заряда, что

соответствует приведенным на том же рисунке зависимостям потенциала и модуля вектора напряженности от расстояния до заряда.

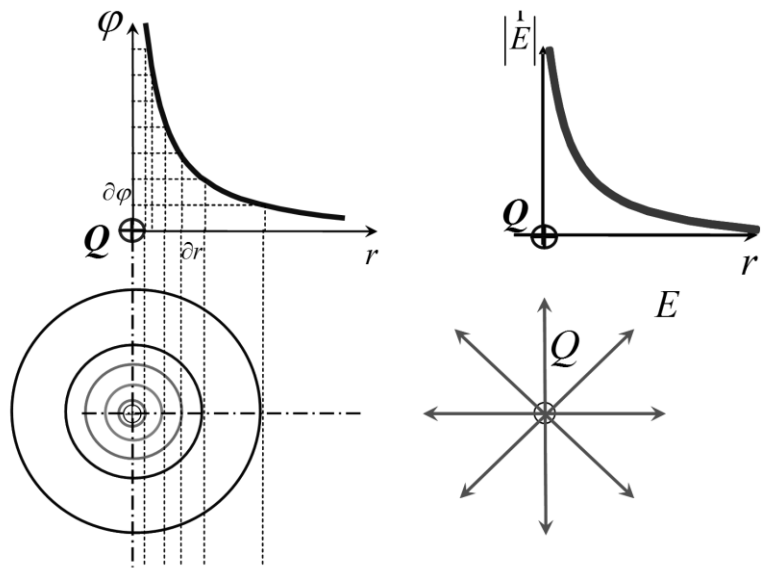


Рис. 9.5. Электростатическое поле положительного заряда:

a – эквипотенциальные поверхности; *б* – силовые линии

Взаимодействие неподвижных точечных зарядов. Закон Кулона.

Потенциальная энергия

Формулу (9.7) для электрической силы, действующей между двумя *точечными* зарядами можно записать в виде

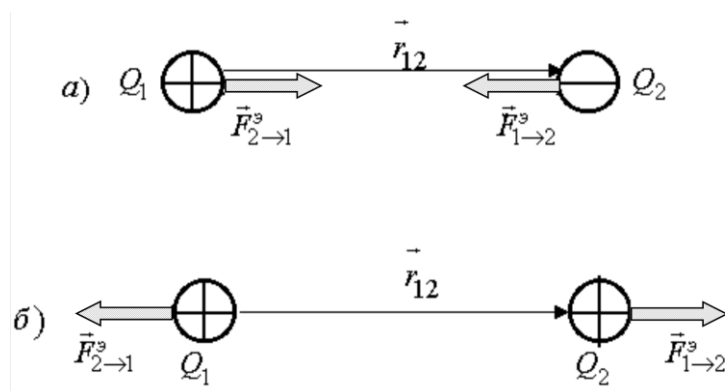


Рис. 9.6. Электрическое взаимодействие точечных зарядов:

a – разноименных (*притяжение*); *б* – одноименных (*отталкивание*)

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2}^{\text{э}} = k \frac{Q_1 Q_2}{\epsilon r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (9.13)$$

где Q_1 и Q_2 – алгебраические величины.

Формула (9.13) выражает *закон Кулона* – электрическую силу взаимодействия двух точечных зарядов. Электрическая сила, действующая со стороны заряда 1 на заряд 2, $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}^{\text{э}}$ в случае *притяжения* разноименных зарядов (рис. 9.6, а); электрическая сила, действующая со стороны заряда 1 на заряд 2, $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}^{\text{э}}$ в случае *отталкивания* одноименных зарядов (рис. 9.6, б).

Скалярной характеристикой взаимодействия в электрическом поле является *потенциальная энергия*, величина которой может быть получена на основе взаимосвязи силы и потенциальной энергии

$$\vec{F} = -\text{grad}U. \quad (9.14)$$

Тогда, например, потенциальная энергия взаимодействия (*отталкивания*) двух одноименных точечных зарядов будет равна

$$U_{1 \rightarrow 2} = Q_2 \varphi_1 = k \frac{Q_1 Q_2}{\epsilon r_{12}}, \quad (9.15)$$

а потенциальная энергия взаимодействия (*притяжения*) двух разноименных точечных зарядов будет равна

$$U_{1 \rightarrow 2} = (-|Q_2|) \varphi_1 = k \frac{Q_1 (-|Q_2|)}{\epsilon r_{12}}. \quad (9.16)$$

Рассчитаем изменение потенциальной энергии системы двух одноименных точечных зарядов, например, при их сближении. Иначе говоря, мы будем рассчитывать работу внешних сил, направленную на сближение этих одноименных зарядов.

Пусть два шарика с зарядами q_1 и q_2 находятся в вакууме на расстоянии r_1 друг от друга (рис. 9.7). Какую надо совершить работу, чтобы сблизить их до расстояния r_2 ?

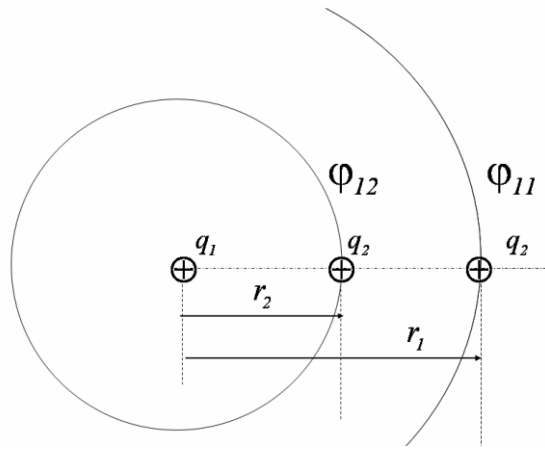


Рис. 9.7. На рисунке показаны начальное и конечное положения заряда q_2 в поле, созданном зарядом q_1 . Представлены фрагменты эквипотенциальных поверхностей φ_{11} и φ_{12} поля первого заряда в точках, расположенных на расстояниях r_1 и r_2 от первого заряда

Проведем расчет изменения потенциальной энергии системы двух зарядов:

$$A_{\text{внеш}} = -\Delta U = -q_2 (\varphi_{12} - \varphi_{11}) = kq_2 \left(\frac{q_1}{r_2} - \frac{q_1}{r_1} \right) = -kq_1q_2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) < 0 . \quad (9.17)$$

Как и следовало ожидать, работа внешних сил по сближению одноименных зарядов привела к увеличению потенциальной энергии системы.

Электростатическое поле обладает следующей особенностью: работа электрических сил A_{12} по перемещению заряда q в электростатическом поле зависит только от положения начальной точки 1 и конечной точки 2 и не зависит от формы возможных траекторий, соединяющих точки 1 и 2. Такое поле называют *потенциальным*.

Отношение работы A_{12} к величине точечного положительного заряда $q_{пр}$ называют *разностью потенциалов* точек 1 и 2 в данном электростатическом поле:

$$u_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 . \quad (9.18)$$

Разность потенциалов (также как и работа A_{12}) является скалярной величиной. В СИ разность потенциалов $u_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ измеряется в вольтах (В).

Принцип суперпозиции полей

Вернемся к задаче изучения источников электромагнитного поля. Мы уже знаем, какое поле создает вокруг себя одиночный заряд. Теперь мы хотим найти способы расчета полей различных систем зарядов.

Можно ожидать, что поле системы есть результат сложения полей всех входящих в ее состав элементарных зарядов, но как эти поля складываются? Влияют ли они друг на друга, или каждый из зарядов системы вносит свой вклад в результирующее поле независимо от остальных?

Чтобы уяснить смысл этой проблемы, рассмотрим конкретную ситуацию. Пусть в нашем распоряжении имеются точечные заряды q_1, q_2, q_3, \dots .

Опыт показывает, что электрическое поле произвольной системы зарядов есть результат сложения полей, которые создавались бы каждым из элементарных зарядов этой системы в отсутствие остальных.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum_i \vec{E}_i, \quad (9.19)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots = \sum_i \varphi_i. \quad (9.20)$$

Этот опытный факт, будучи обобщен на системы с любым числом произвольно движущихся зарядов, носит название *принципа суперпозиции*.

Принцип суперпозиции вместе с формулами поля точечного заряда позволяет свести проблему нахождения электрических полей различных систем к чисто математической задаче вычисления сумм (см. выше). Зная величину, расположение и характер движения всех зарядов, входящих в состав системы, мы можем рассчитать ее поле, подставив в вышеприведенные формулы значения \vec{E}_i и φ_i , определяемые для каждого заряда в отдельности. Если распределение зарядов в системе можно считать непрерывным, то суммирование заменяется интегрированием

$$\vec{E} = \int d\vec{E}; \quad \varphi = \int d\varphi. \quad (9.21)$$

Поток и дивергенция электрического поля. Введем понятие элементарного потока вектора \vec{E} через площадку dS :

$$d\Phi_E = (\vec{E}, d\vec{S}), \quad (9.22)$$

где $d\vec{S} = dS \vec{n}$.

Тогда

$$d\Phi_E = E \cdot dS \cos\varphi, \quad E \cos\varphi = E_n, \quad d\Phi_E = E_n dS. \quad (9.23)$$

Полный поток вектора \vec{E} через данную поверхность S (рис. 9.8) есть скалярная физическая величина, определяемая формулой

$$\Phi_E = \iint_S E_n dS. \quad (9.24)$$

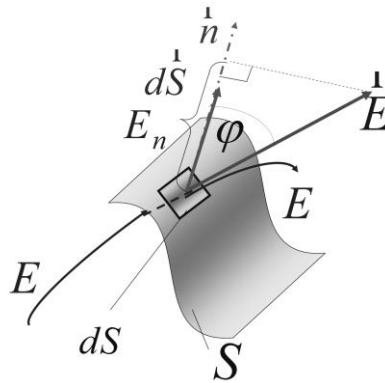


Рис. 9.8. К понятию потока вектора напряженности поля

Полный поток через замкнутую (*гауссову*) поверхность S

$$\Phi_E = \oiint_S E_n dS. \quad (9.25)$$

Выясним смысл понятия потока вектора напряженности Φ_E . Для бесконечно малой плоской площадки dS , помещенной в поле, величина потока $d\Phi_E$ зависит, очевидно, от густоты силовых линий в этом месте поля, от величины площадки и от ее ориентации относительно направления поля. Вспомним, что по условиям построения силовых линий поля их густота должна быть пропорциональна напряженности поля. Следовательно, величина $d\Phi_E$ пропорциональна числу N силовых линий, проходящих сквозь dS и,

очевидно, максимальна при $\varphi=0$. Поэтому для поверхности конечных размеров и произвольной формы величина потока (9.25) отражает не полное число силовых линий, а разницу между числом силовых линий, проходящих в положительном и отрицательном направлениях.

Если поверхность замкнутая, то величина полного потока поля через нее приобретает новый смысл. Сравним картину силовых линий полей, изображенных на рис. 9.9. В поле на рис. 9.9, *а* силовые линии расходятся из некоторого центра, лежащего внутри S , поэтому почти всюду $E_n > 0$ и $\Phi_E > 0$, в то время как для поля на рис. 9.9, *б* очевидно, $\Phi_E < 0$ (за положительное направление \vec{n} для замкнутых поверхностей всегда берут направление внешней нормали). Таким образом, Φ_E характеризует то, что можно назвать степенью расходимости силовых линий поля в той области, где находится данная замкнутая поверхность.

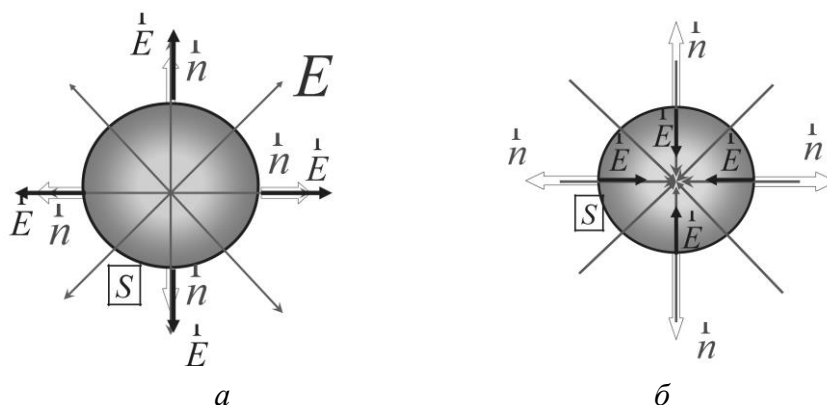


Рис. 9.9. Поток вектора \vec{E} : *а* – $\Phi_E > 0$; *б* – $\Phi_E < 0$

Точка, из которой выходят силовые линии как из центра, называется *источником* (*истоком*) поля. В электрическом поле источниками служат положительные электрические заряды. Места схождения силовых линий называют отрицательными источниками, или стоками. В электрическом поле *стоками* служат отрицательные электрические заряды.

Теорема Гаусса

Поток вектора напряженности электростатического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ϵ_0 (в СИ) и диэлектрическую проницаемость среды ϵ :

$$\oiint_S E_n dS = \left\{ \begin{array}{l} = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon} = 4\pi k \frac{Q}{\epsilon}, \text{ где } Q = \sum_{i=1}^n q_i \text{ – сумма зарядов внутри} \\ \text{поверхности } S; \\ = 0 \text{ – если внутри поверхности } S \text{ нет зарядов.} \end{array} \right\} \quad (9.26) \quad (9.26)$$

При непрерывном распределении заряда

$$Q_{\text{внутри}} = \iiint_V \rho dV, \quad (9.27)$$

где V – объем внутри поверхности S .

Уравнение теоремы Гаусса в дифференциальной форме –

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (9.28)$$

где

$$\operatorname{div} \vec{E} = (\nabla \vec{E}) = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

– расходимость (дивергенция) вектора \vec{E} ; ρ – объемная плотность заряда.

Дивергенция вектора напряженности поля характеризует локальную степень расходимости силовых линий поля. Если $\operatorname{div} \vec{E} > 0$, то поле – *расходящееся*, в противном случае – поле *сходящееся*.

Теорема Гаусса – это констатация факта существования электрических зарядов, а также того, что силовые линии электрического поля начинаются и кончаются на зарядах.

Электростатическое поле равномерно заряженной сферы (или проводящего шара)

Учитывая симметрию поля, в качестве гауссовых поверхностей выбираем сферические поверхности, центры которых совпадают с центром сферы (шара) (рис. 9.10).

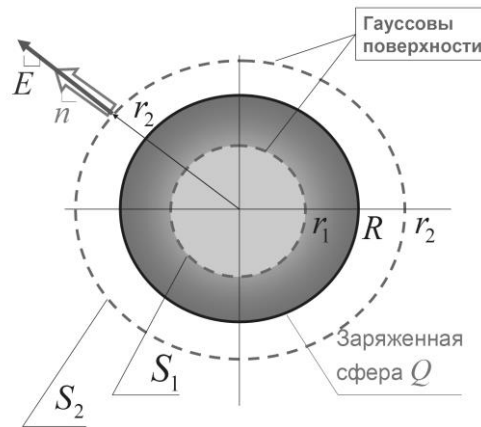


Рис. 9.10. К расчету поля сферы

Разобьем пространство на две области:

а) $r_1 < R$ – внутри сферы S .

Внутри этой гауссовой поверхности зарядов нет ($Q = 0$) и следовательно $E = 0$.

б) $r_2 > R$ – вне сферы S .

Поскольку $\vec{E} \parallel \vec{r}$, то $E_n = E$, а при фиксированном $r \rightarrow E = \text{const}$, тогда

$$\iint_S E_n dS = E \iint_S dS = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (9.29)$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (9.30)$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} \frac{R^2}{r^2}, \quad (9.31)$$

где

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{Q}{S} = \text{const} \quad (9.32)$$

– поверхностная плотность заряда.

Модуль вектора напряженности электростатического поля заряженной сферы (рис.9.11) равен

$$E = \begin{cases} 0, & \text{если } r < R, \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, & \text{если } r \geq R. \end{cases} \quad (9.33)$$

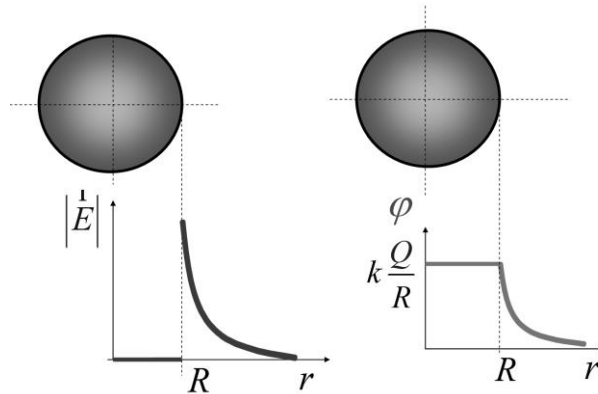


Рис. 9.11. Зависимость потенциала и модуля вектора напряженности поля заряженной сферы от расстояния до центра сферы

Расчет потенциала поля заряженной сферы:

$$\left. \begin{aligned} \boxed{r > R} \quad E = k \frac{Q}{r^2}; \quad \text{grad}\varphi = -k \frac{Q}{r^2}; \quad \varphi = k \frac{Q}{r}; \\ r = R \rightarrow \varphi = k \frac{Q}{R}. \\ \boxed{r < R} \quad E = 0; \quad \text{grad}\varphi = 0; \quad \varphi = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (9.34)$$

В воздухе ($\epsilon = 1$) вне равномерно заряженной сферы радиуса R с общим зарядом q на расстоянии a от ее поверхности потенциал φ и напряженность E электрического поля, как это следует из формул (9.15), (9.16), описываются соотношениями

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(R+a)}, \quad (9.35)$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(R+a)^2}. \quad (9.36)$$

Между потенциалом φ изолированного проводника и находящимся на нем электрическим зарядом q имеется прямо пропорциональная зависимость:

$$q = C\varphi, \quad (9.37)$$

где коэффициент пропорциональности C называют электрической емкостью проводника.

Это позволяет выразить заряд q на сфере через электрическую емкость сферы $C = 4\pi\epsilon_0 R$ и потенциал на поверхности сферы $\varphi(R)$:

$$q = 4\pi\epsilon_0 R \cdot \varphi(R). \quad (9.38)$$

Подставляя (9.20) в соотношения (9.17) и (9.18), получим, соответственно:

$$\varphi(r) = \varphi(R) \cdot \frac{R}{(R+a)}, \quad (9.39)$$

$$E(r) = \varphi(R) \cdot \frac{R}{(R+a)^2}. \quad (9.40)$$

Описание экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки приведен на рис. 9.12.

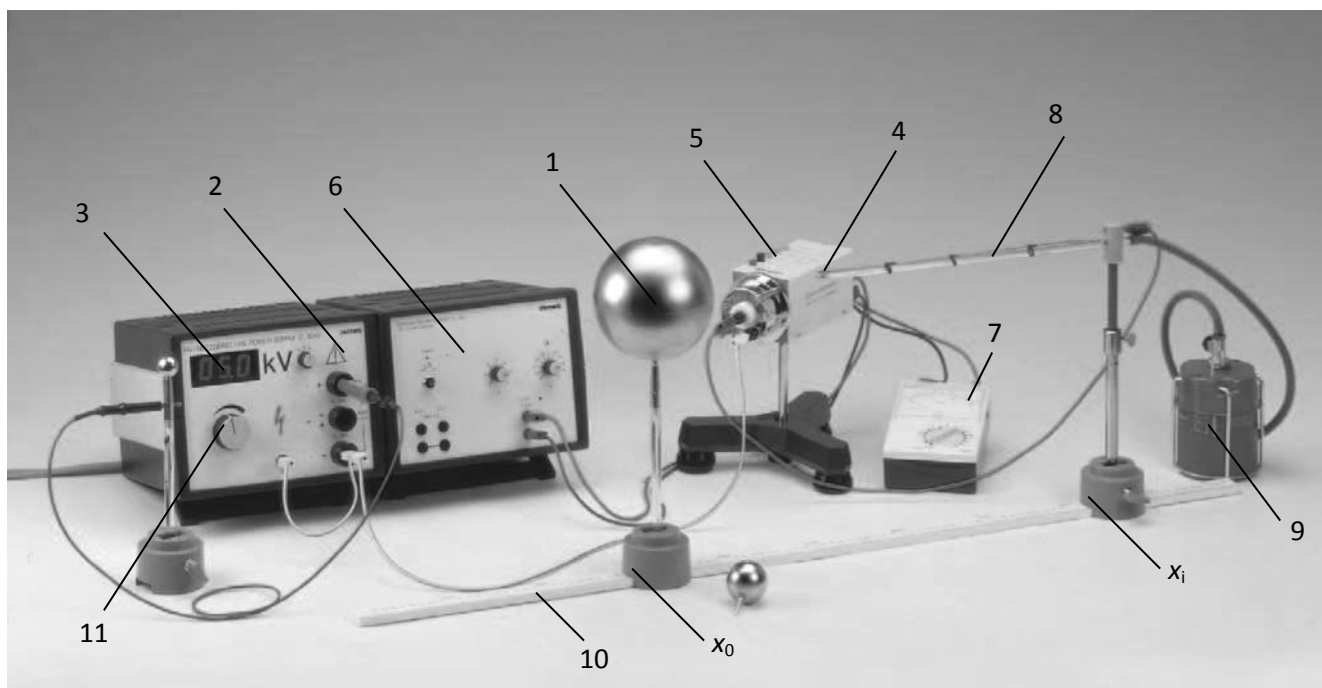


Рис. 9.12. Общий вид экспериментальной установки.

На металлическую сферу 1 радиуса $R = 6$ см от источника высокого напряжения 2 по кабелю с очень большим электрическим сопротивлением (10 МОм) подается высокое напряжение U_0 . В результате на сфере 1 накапливается электрический заряд q , и вокруг сферы возникает электрическое поле. Сопротивление 10 МОм необходимо для обеспечения безопасности проведения работ.

Напряжение U_0 измеряется цифровым вольтметром 3 , регулировка напряжения U_0 осуществляется с помощью ручки 11 . Измерения потенциала φ электрического поля на расстоянии a от поверхности сферы выполняются с помощью зонда 4 в виде заостренной на конце проволоки. Зонд соединен с измерителем электростатического поля (ИЭП) 5 . На ИЭП подается напряжение питания от блока 6 . К выходу ИЭП подключен стрелочный вольтметр 7 , показание которого пропорциональны величине потенциала φ . Перед зондом 4 помещают пламя горелки 8 . Горелка представляет собой стеклянную трубочку. Газ в горелку поступает из баллона 9 . Пламя ионизирует воздух и обеспечивает работу измерительной системы. Горелка должна быть

отрегулирована таким образом, чтобы пламя располагалось примерно на 5 мм выше заостренного конца зонда 4.

Сфера 1, зонд 4 и горелка 8 установлены на штативах, которые могут перемещаться вдоль линейки 10. Положения сферы 1 и зонда 4 определяются на линейке по левым краям оснований штативов (см. рис.9.4) – для сферы x_0 , для зонда x_i .

Технические данные приборов занесите в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Технические характеристики приборов

Прибор	Пределы измерений	Число делений	Цена деления	Класс точности	Абсолютная приборная погрешность
Вольтметр цифровой	0...10 кВ				
Вольтметр стрелочный	0...10 В				
Линейка					

Порядок выполнения работы

При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории.

Внимание! Все оборудование должно быть заземлено!

На металлической сфере 1 может быть высокое напряжение до 10 кВ. До сферы не дотрагиваться! Человеческое тело сильно влияет на электростатическое поле в воздухе. Поэтому во время измерений нужно находиться подальше от сферы 1 и зонда 4, а вольтметр 7 должен лежать у правого края лабораторного стола.

Работу выполняйте в следующем порядке.

1. Попросите лаборанта перед началом работы снять электрический заряд со сферы.
2. Проверьте, чтобы левый край основания штатива, на котором закреплена сфера 1, совпадал с нулевой отметкой на линейке 10 ($x_0 = 0$). Поставьте левый край основания штатива, на котором закреплён зонд 4 с горелкой 5, на отметку $x_1 = 460$ мм на линейке. Убедитесь, что зонд находится на одной высоте с центром сферы. Не касаясь рукой сферы, измерьте наименьшее расстояние a_1 между поверхностью сферы и заостренным концом зонда ($a_1 \approx 50$ мм). Значение a_1 запишите в табл. 9.2.
3. Попросите лаборанта подать напряжение на ИЭП и включить на нем режим 100кВ/м. На вольтметре 7 включить диапазон (0...10) В и с помощью ручки на ИЭП установить стрелку вольтметра 7 на ноль. Затем зажечь газовую горелку. Повернуть ручку 11 (см. рис.9.4) на источнике высокого напряжения 2 против часовой стрелки до упора и включить источник высокого напряжения.
4. Выполните калибровку измерительной системы. Для этого с помощью ручки 11 в порядке возрастания выставляете напряжения U_0 , указанные в табл. 9.2, снимайте соответствующие показания с вольтметра 7 и записываете их в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Калибровка измерительной системы

$$\bar{R} = 60 \text{ мм}; x_1 = 460 \text{ мм}; a_1 = \quad ; r_1 = \bar{R} + a_1 =$$

i	1	2	3	4	5	6	7
$U_0, \text{кВ}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,1
$U, \text{В}$	0,2						
$\varphi(r_1), \text{кВ}$	0,4						

5. С помощью ручки 11 установите на вольтметре 3 сначала нулевое показание, а затем U_0 , указанное в индивидуальном задании.

6. Выполните измерения потенциала $\varphi(r)$ на разных расстояниях r от центра сферы, увеличивая x_i с шагом 10 мм и снимая соответствующие показания с вольтметра

7. Данные занесите в строку U_1 табл. 9.3. Повторно измерьте напряжение U на вольтметре 7, уменьшая x_i с шагом 10 мм. Данные занесите в строку U_2 табл. 9.3.

Таблица 9.3

Измерения потенциала $\varphi(r)$

$$\bar{R} = 60 \text{ мм}; \quad r = \bar{R} + a_i; \quad \delta_\varphi = \delta_k + \delta_U; \quad \delta_k =$$

i	1	2	3	4	5	6
x_i , мм	460	470	480	490	500	510
a_i , мм						
r , мм						
U_1 , В						
U_2 , В						
\bar{U} , В						
$\bar{\varphi}(r)$, кВ						
δ_U						
δ_φ						
$\Delta\varphi$, кВ						

8. Попросите лаборанта погасить газовую горелку, выключить установку и снять электрический заряд со сферы.

Обработка результатов эксперимента

Вольтметр 3 измеряет напряжение (разность потенциалов) U_0 относительно «земли», потенциал которой принимается равным нулю. Поэтому, когда на металлическую сферу подается напряжение U_0 , принято считать, что потенциал сферы

$$\varphi(R) = U_0. \quad (9.41)$$

Определение электрического заряда q на сфере

Из формул (9.38) и (9.41) следует:

$$q = 4\pi\varepsilon_0 R U_0,$$

где $R = \bar{R} \pm (\Delta R) = (60 \pm 1) \text{ мм} = (6,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ м}$,

$U_0 = \bar{U}_0 \pm (\Delta U_0)_{\text{ин}} =$

$\pi = 3,141\dots = 3,14, \quad \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$,

\bar{U}_0 указано в индивидуальном задании.

1. Определение среднего значения \bar{q} :

$$\bar{q} = 4\pi\varepsilon_0 \bar{R} \cdot \bar{U}_0 =$$

2. Оценка погрешности (Δq) :

$$\delta_q = \delta_R + \delta_{U_0} = \frac{(\Delta R)}{R} + \frac{(\Delta U_0)_{\text{ин}}}{U_0} =$$

$$(\Delta q) = \delta_q \cdot \bar{q} =$$

3. Результат измерений заряда q на сфере:

$$q = \bar{q} \pm (\Delta q); \quad \delta_q =$$

Определение калибровочного коэффициента k измерительной системы

$$\varphi(r) = kU, \quad \varphi(r_1) = kU; \quad k = \frac{\varphi(r_1)}{U} \quad (9.42)$$

Из формул (9.38), (9.39) и (9.42) следует:

$$\varphi(r_1) = \frac{R}{r_1} U_0. \quad (9.43)$$

1. Определение среднего значения \bar{k} .

1.1. По формуле (9.25) рассчитайте $\varphi(r_1)$ для разных U_0 , результаты занесите в

Табл. 9.2.

1.2. По данным табл. 9.2 постройте калибровочный график зависимости $\varphi(r_1)$ от U . По горизонтальной оси отложите значения U в вольтах в масштабе: в 1 мм – 0,1 В. По вертикальной оси отложите значения $\varphi(r_1)$ в киловольтах в масштабе: в 1 мм – 0,01 кВ. Через полученные точки проведите прямую, которая сглаживает (усредняет) результаты измерений.

1.3. Рассчитайте среднее значение калибровочного коэффициента \bar{k} по формуле

$$\bar{k} = \frac{\overline{\varphi(r_1)}}{U_6}, \quad (9.44)$$

где U_6 измерено при $U_0 = 1,0$ кВ; $\overline{\varphi(r_1)}$ определено по калибровочному графику при $U = U_6$.

2. Оценка относительной приборной погрешности δ_k калибровочного коэффициента. Из формул (9.43), (9.44) следует:

$$\delta_k = \sqrt{\delta_{U_0}^2 + \delta_U^2 + \delta_R^2 + \delta_r^2},$$

где $\delta_{U_0} = \frac{(\Delta U_0)_{\text{ин}}}{U_0}$; $\delta_U = \frac{(\Delta U)_{\text{ин}}}{U_6}$; $\delta_R = \frac{(\Delta R)}{R}$;

$$\delta_r = \frac{(\Delta r)}{r_1}; (\Delta R) = 1\text{мм}; (\Delta r) = 2\text{мм}; U_0 = 1,0\text{кВ}.$$

Измерение потенциала $\varphi(r)$ с помощью зонда на разных расстояниях r от центра сферы

1. Определение средних значений $\bar{\varphi}(r)$ потенциала.

Из формулы (9.42) следует:

$$\bar{\varphi}(r) = \bar{k} \cdot \bar{U}, \text{ где } \bar{U} = \frac{U_1 + U_2}{2}. \quad (9.45)$$

2. Оценка погрешности $(\Delta\varphi)$:

$$(\Delta\varphi) = \delta_\varphi \cdot \bar{\varphi}(r). \quad (9.46)$$

Из формулы (9.24) следует

$$\delta_\varphi = \delta_k + \delta_U, \text{ где } \delta_U = \frac{(\Delta U)_{\text{ин}}}{U}. \quad (9.47)$$

Результаты расчетов по формулам (9.45) - (9.47) заносите в табл. 9.3.

3. Данные табл. 9.3 нанесите на график. По горизонтальной оси отложите r в масштабе 1:1. По вертикальной оси отложите $\bar{\varphi}(r)$ в масштабе: в 1мм – 0,01 кВ. Вокруг экспериментальных точек постройте поля погрешностей.

Расчет потенциала $\varphi(r)$ и напряженности $E(r)$ на разных расстояниях r по измеренному напряжению U_0 на сфере

Из формул (9.33), (9.34), (9.38), (9.41) в воздухе ($\varepsilon = 1$) следует:

$$E(r) = 0 \text{ при } r < R, E(r) = \frac{R}{r^2} U_0 \text{ при } r \geq R; \quad (9.48)$$

$$\varphi(r) = U_0 \text{ при } r < R, \varphi(r) = \frac{R}{r} U_0 \text{ при } r \geq R. \quad (9.49)$$

1. Результаты расчетов по формулам (9.48), (9.49) занесите в табл. 9.4, U_0 указано в индивидуальном задании.

Таблица 9.4

Результаты расчетов $\varphi(r)$ и $E(r)$

$$R = 60 \text{ мм}; U_0 =$$

r , мм	r , м	$\varphi(r)$, кВ	$E(r)$, $\frac{\text{кВ}}{\text{м}}$
0			
30			
60			
70			
80			
100			
120			
140			
160			

2. По данным табл. 9.4 постройте зависимости $\varphi(r)$ и $E(r)$ на графике с результатами измерений $\varphi(r)$ с помощью зонда. Сделайте вторую вертикальную ось E с масштабом: в 1мм – $0,2 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$.

3. Для потенциала $\varphi(r)$ сравните результаты измерений с помощью зонда и расчетов по формулам (9.49).

Библиографический список

а) основной:

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики: В 5 кн. М: АСТ: Астрель, 2006. Кн. 2. 289 с.
2. *Батурин Б.Н.* Правила электробезопасности при выполнении лабораторных работ: Учеб. пособие. М: МИСиС. 1995. 38 с.
3. *Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г.* Физика. Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ: Учеб. пособие. М.: МИСиС. 2007. 108 с.

б) дополнительный:

4. *Калашиников С.Г.* Электричество. М.: Физматлит. 2006. 655 с.
5. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. М.: Физматлит. 2004. Т.2. 600 с.
6. *Рахитадт Ю.А.* Учебное пособие по физике: Часть 3 «Силовые поля». М.: Изд. Дом «МИСИС», 2009. 174 с.

Контрольные вопросы

1. В чем заключаются принципы суперпозиции для напряженности и потенциала электрического поля?
2. Как связаны между собой электрическая емкость и заряд изолированного проводника? Выведите формулу для электрической емкости сферы.

3. В каком случае напряженность электрического поля в некоторой точке и сила, действующая на заряд в той же точке, противоположны по направлению?
4. Как влияет диэлектрическая среда на взаимодействие помещенных в нее двух точечных зарядов?
5. Как связана работа перемещения заряда в электростатическом поле с напряженностью и потенциалом поля?
6. Чему равна сила, действующая на пробный заряд, помещенный в центре равномерно заряженной сферы?
7. Алгебраическая сумма зарядов внутри замкнутой поверхности равна нулю. Будет ли равна нулю напряженность поля во всех точках внутри этой поверхности?
8. Если известно, что напряженность электростатического поля в какой-то точке равна нулю, значит ли это, что и потенциал в этой точке равен нулю?