

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«НИТУ МИСиС»

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе

 В.Л. Петров

2019г.



**УТВЕРЖДАЮ**

Начальник УМУ

 /А.А. Волков

« 08 » 2019 г.

Дополнительная общеобразовательная программа:  
Математика для обучающихся 11 классов (ЕГЭ)

Москва 2019

## **1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

ЕГЭ по математике совмещает два экзамена – выпускной школьный и вступительный в ВУЗ. В связи с этим материал, усвоение которого проверяется при сдаче ЕГЭ, значительно шире материала, проверяемого при сдаче выпускного экзамена. Наряду с вопросами содержания школьного курса алгебры и начал анализа 10-11 классов проверяется усвоение ряда вопросов курсов алгебры 7-9 классов и геометрии 7-11 классов, которые традиционно контролируются на вступительных экзаменах. Таким образом, для подготовки к сдаче ЕГЭ необходимо повторить не только материал курса алгебры и начал анализа, но и некоторых разделов курса математики основной и средней школы: проценты, пропорции, прогрессии, материал курса планиметрии 7-9 классов и курса стереометрии 10-11 классов.

Данный курс предназначен для учащихся 11 класса. Разработка программы данного курса отвечает как требованиям стандарта математического образования, так и требованиям контрольно-измерительных материалов ЕГЭ. Программа составлена на принципе системного подхода к изучению математики. Она включает полностью содержание курса математики общеобразовательной школы, ряд дополнительных вопросов, непосредственно примыкающих к этому курсу, расширяющих и углубляющих его по основным идейным линиям, а также включены самостоятельные разделы. Такой подход определяет следующие тенденции:

1. Создание в совокупности с основными разделами курса для удовлетворения интересов и развития способностей учащихся.
2. Восполнение содержательных пробелов основного курса, придающее содержанию расширенного изучения необходимую целостность.

Программа предусматривает возможность изучения содержания курса с различной степенью полноты, обеспечивает прочное и сознательное овладение слушателями системой математических знаний и умений, достаточных для изучения сложных дисциплин и продолжения образования в высших учебных заведениях.

### **Цели курса:**

- практическая помощь слушателям в подготовке к Единому государственному экзамену по математике через повторение, систематизацию, расширение и углубление знаний;
- создание условий для дифференциации и индивидуализации обучения, выбора слушателем разных категорий индивидуальных образовательных траекторий в соответствии с их способностями, склонностями и потребностями;
- интеллектуальное развитие слушателей, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для жизни в современном обществе, для общей социальной ориентации и решения практических проблем.

### **Задачи курса:**

- подготовить к успешной сдаче ЕГЭ по математике;
- активизировать познавательную деятельность слушателя;
- расширить знания и умения в решении различных математических задач, подробно рассмотрев возможные или более приемлемые методы их решения;
- формировать общие умения и навыки по решению задач: анализ содержания, поиск способа решения, составление и осуществление плана, проверка и анализ решения, исследование;
- повышать информационную и коммуникативную компетентность слушателя;
- помочь слушателю оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.

### **Особенности курса:**

- интеграция разных тем;
- практическая значимость для учащихся.

### **Требования к уровню подготовленности учащихся:**

В результате изучения курса учащиеся должны уметь:

- вычислять значения корня, степени, логарифма;
- находить значения тригонометрических выражений;

- выполнять тождественные преобразования тригонометрических, иррациональных, показательных, логарифмических выражений;
- решать тригонометрические, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения, неравенства, системы, включая с параметром и модулем, а также комбинирование типов аналитическими и функционально-графическими методами,
- строить графики элементарных функций, проводить преобразования графиков, используя изученные методы описывать свойства функций и уметь применять их при решении задач,
- применять аппарат математического анализа к решению задач;
- решать различные типы текстовых задач с практическим содержанием на проценты, движение, работу, концентрацию, смеси, сплавы, десятичную запись числа, на использование арифметической и геометрической прогрессии;
- уметь соотносить процент с соответствующей дробью;
- знать широту применения процентных вычислений в жизни, решать основные задачи на проценты, применять формулу сложных процентов;
- решать планиметрические задачи, связанные с нахождением площадей, линейных или угловых величин треугольников или четырехугольников;
- решать стереометрические задачи, включенные в часть I и часть II экзаменационной работы, часто требующие построения вспомогательных элементов и сечений, сопровождаемых необходимыми доказательствами;
- производить прикидку и оценку результатов вычислений;
- при вычислениях сочетать устные и письменные приемы, использовать приемы, рационализирующие вычисления.

### **Знать/понимать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

### **Числовые и буквенные выражения**

Уметь:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени с рациональным показателем, логарифма; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;

- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;

- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

### **Функции и графики**

Уметь:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;

- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;

- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

### **Начала математического анализа**

Уметь:

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций;

- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;

- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;

- вычислять площадь криволинейной трапеции.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

### **Уравнения и неравенства**

Уметь:

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;

- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем; находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;

- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для построения и исследования простейших математических моделей.

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

Уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
  - вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);
- Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

## **Геометрия**

Уметь:

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

## **2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА**

### **Тема 1: Числовые множества и операции над ними.**

Аудиторное изучение: Натуральные числа. Рациональные числа. Действительные числа.

### **Тема 2: Алгебраические выражения.**

Аудиторное изучение: Целые рациональные выражения. Дробные рациональные выражения. Иррациональные выражения.

### **Тема 3: Рациональные уравнения.**

Аудиторное изучение: Линейные уравнения. Квадратные уравнения. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к биквадратным. Способ замены переменной. Однородные уравнения. Оценка частей уравнения. Рациональные уравнения с параметрами.

### **Тема 4: Рациональные неравенства.**

Аудиторное изучение: Линейные неравенства. Дробно-линейные неравенства. Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Рациональные неравенства с параметрами.

### **Тема 5: Уравнения с модулями.**

Аудиторное изучение: Основные понятия. Графики. Метод интервалов для уравнений с модулями. Специальные приемы решения уравнений с модулями. Параметры в уравнениях с модулями.

### **Тема 6: Неравенства с модулями.**

Аудиторное изучение: Метод интервалов для неравенств с модулями. Специальные приемы решения неравенств с модулями. Вложенные модули. Параметры в неравенствах с модулями.

**Тема 7: Иррациональные уравнения.**

Аудиторное изучение: Способ «возведения в квадрат». Уравнения с кубическими корнями. Способ замены переменной. Однородные уравнения. Оценка частей уравнения. Иррациональные уравнения с параметрами.

**Тема 8: Иррациональные неравенства.**

Аудиторное изучение: Основные виды иррациональных неравенств. Способы решения иррациональных неравенств. Сложные иррациональные неравенства.

**Тема 9: Системы уравнений.**

Аудиторное изучение: Системы линейных уравнений. Системы нелинейных уравнений. Системы с параметром. Сложные системы.

**Тема 10: Планиметрия.**

Аудиторное изучение: Треугольники, основные понятия. Треугольники и окружности. Параллелограмм. Трапеция. Четырехугольники и окружности.

**Тема 11: Прогрессии.**

Аудиторное изучение: Арифметические прогрессии. Геометрические прогрессии. Комбинированные задачи.

**Тема 12: Текстовые задачи.**

Задачи на движение. Задачи на работу. Задачи на смеси и на проценты. Задачи на целые числа.

**Тема 13: Теория вероятностей.**

Аудиторное изучение: Случайные события и их вероятности. Вероятность и геометрия. Независимые повторения испытаний.

**Тема 14: Тригонометрические выражения.**

Аудиторное изучение: Тригонометрический круг. Тригонометрические формулы. Вычисление тригонометрических выражений. Выражения с обратными тригонометрическими функциями.

**Тема 15: Тригонометрические уравнения.**

Аудиторное изучение: Разложение на множители. Компактность ответа. Сведение к рациональным уравнениям. Однородные уравнения. Преобразование суммы функций в произведение и наоборот. Метод вспомогательного аргумента. Метод понижения степени. Контроль О.Д.З. Тригонометрические уравнения с параметрами.

**Тема 16: Векторы.**

Аудиторное изучение: Декартовы координаты. Векторы на плоскости. Векторы в пространстве.

**Тема 17: Стереометрия.**

Аудиторное изучение: Призма. Параллелепипед. Пирамида. Цилиндр. Конус. Шар. Комбинации тел.

**Тема 18: Показательные и логарифмические выражения.**

Аудиторное изучение: Степень действительного числа. Логарифм. Вычисление показательных и логарифмических выражений. Сравнение чисел.

**Тема 19: Показательные уравнения.**

Аудиторное изучение: Приведение к одному основанию. Сведение к квадратному уравнению. Сложноположительные уравнения. Показательные уравнения с параметром. Комбинированные уравнения.

**Тема 20: Логарифмические уравнения.**

Аудиторное изучение: Использование свойств логарифмов. Контроль О.Д.З. Переход к другому основанию. Сведение к квадратному уравнению. Логарифмирование сложноположительных уравнений. Комбинированные уравнения.

**Тема 21: Показательные и логарифмические неравенства.**

Аудиторное изучение: Приведение к одному основанию. Анализ О.Д.З. Сведение к квадратному неравенству. Обобщенный метод интервалов. Неравенства с функциональным основанием. Неравенства с параметром. Комбинированные неравенства.

**Тема 22: Начала анализа.**

Аудиторное изучение: Функции, их свойства. Сложная функция. Графики функций. Функции в задачах с параметрами. Производная, ее свойства. Касательная к графику функции. Производная и экстремумы функции. Производная в задачах с параметрами. Первообразная и интеграл.

**3. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ КУРСА**

№ п/п	Наименование блоков, разделов и тем	Количество часов	
		Аудит. занятия	Сам. работа
1	Числовые множества и операции над ними (задача 19 (С6)). Алгебраические выражения.	4	2
2	Рациональные уравнения (задача 5, задача 9, задача 13 (С1), задача 18 (С5)).	4	3
3	Рациональные неравенства (задача 15 (С3), задача 18 (С5)).	4	2
4	Уравнения и неравенства с модулями (задача 5, задача 9, задача 13 (С1), задача 18 (С5)).	4	2
5	Иррациональные уравнения и неравенства (задачи С1, С3 и С5).	4	3
6	Системы уравнений и неравенств (задача 5, задача 9, задача 13 (С1), задача 18 (С5)).	2	3
7	Промежуточная аттестация (контрольная работа №1)	2	
8	Планиметрия (задача 3, задача 6, задача 16 (С4)).	6	3
9	Прогрессии (задача 11, задача 17, задача 19 (С6)).	4	3
10	Текстовые задачи (задача 1, задачи 10-11, задача 17, задача 19 (С6)).	4	2
11	Теория вероятностей (задача 4).	2	3
12	Тригонометрия (задача 5, задача 9, задача 13 (С1), задача 18 (С5)).	6	2
13	Стереометрия (задача 8, задача 14 (С2)).	6	3
14	Показательные и логарифмические выражения, уравнения и неравенства (задача 5, задача 9, задача 13 (С1), задача 15 (С3), задача 18 (С5)).	6	3
15	Начала анализа (задача 2, задача 7, задача 12, задача 15 (С3), задача 18 (С5)).	4	2
16	Итоговая аттестация (контрольная работа №2)	2	
<b>ИТОГО:</b>		<b>64</b>	<b>36</b>

#### 4. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Вольфсон Г.И., Пратусевич М.Я., Рукшин С.Е., Столбов К.М., Яценко И.В. ЕГЭ 2012. Математика. Задача С6. Арифметика и алгебра. Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2012. – 80 с.
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2014. Математика. Решение задачи С4. – 3-е изд., доп. - М.: МЦНМО, 2014. – 448 с.
3. Козко А.И., Панферов В.С., Сергеев И.Н., Чирский В.Г. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2016. – 232 с.
4. Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Задачи на целые числа (типовые задания 19). – Ростов-на-Дону: Легион, 2016. – 272с.
5. Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Математика. Подготовка к ЕГЭ: решение задач с параметрами (типовые задания 20). – Ростов-на-Дону: Легион, 2015. – 336с.
6. Сергеев И.Н., Панферов В.С. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С3. Уравнения и неравенства. Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2011. – 72с.
7. Смирнов В.А. ЕГЭ 2013. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – 3-е изд., стереотип. М.: МЦНМО, 2013. – 128с.
8. Ушаков В.К. Довузовская математика: Ч.1. Арифметические и алгебраические выражения. Рациональные уравнения и неравенства./Учебное пособие. - М.: Экон-Информ, 2007.-236с.
9. Ушаков В.К. Довузовская математика: Ч.2. Уравнения и неравенства с модулями. Иррациональные уравнения и неравенства. Системы уравнений. /Учебное пособие. - М.: Издательство «Дело» АНХ, 2009.-324 с.
10. Ушаков В.К. Довузовская математика: Ч.3. Прогрессии. Текстовые задачи. /Учебное пособие. - М.: Издательство «Дело» АНХ, 2010.-228 с.
11. Ушаков В.К. Довузовская математика: Ч.4. Тригонометрия. /Учебное пособие. - М.: Издательство «Дело» АНХ, 2010.-236 с.
12. Ушаков В.К. Довузовская математика: Ч.5. Показательные и логарифмические выражения и уравнения. Книга 1 /Учебное пособие. - М.: Экономический факультет РАНХиГС, 2011.-296 с.
13. Ушаков В.К. Довузовская математика: Ч.5. Показательные и логарифмические неравенства. Книга 2 /Учебное пособие. - М.: Экономический факультет РАНХиГС, 2011.-188 с.
14. Ушаков В.К. Довузовская математика: Алгебра /Учебное пособие. - М.: Издательство «Дело» РАНХиГС, 2014.-448 с.
15. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: Справочник для старшеклассников и поступающих в вузы. – М.: АСТ–ПРЕСС ШКОЛА, 2002. – 576с.
16. Шестаков С.А., Захаров П.И. ЕГЭ 2012. Математика. Задача С1. Уравнения и системы уравнений. Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2012. – 172 с.
17. Яценко И.В., Шестаков С.А., Трепалин А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2016 году. Профильный уровень. Методические указания. – М.: МЦНМО, 2016.- 204 с.

Преподаватель курса, профессор  
кафедры математики НИТУ «МИСиС»,  
д.т.н., профессор

В.К. Ушаков