

Малеева Наталия Андреевна

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ
ПЛОСКИХ СПИРАЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

01.04.07

«Физика конденсированного состояния»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2015

Работа выполнена на кафедре теоретической физики и квантовых технологий ФГАОУ
ВПО «Национальный Исследовательский Технологический Университет «МИСиС»

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, профессор
Александр Владимирович Карпов

Научный консультант: кандидат физико-математических наук, с.н.с.
Михаил Викторович Фистуль

Официальные оппоненты: 1. доктор физико-математических наук, профессор
Григорий Наумович Гольцман
Московский Государственный Педагогический
Университет
2. доктор физико-математических наук,
Андрей Леонидович Панкратов
Институт физики микроструктур РАН

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки Институт физики твердого тела Российской академии наук (ИФТТ РАН)

Защита состоится 2015 г. в 15:30 часов на заседании
диссертационного совета Д 212.132.08 при НИТУ «МИСиС» по адресу: 119049,
г. Москва, Ленинский проспект 4, ауд. А-305

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИТУ «МИСиС»

Автореферат разослан ” ” 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,

доктор физико-математических наук, профессор



С.И. Мухин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Впервые практический интерес к метаматериалам возник в начале нашего века в связи с давней идеей создать среду с отрицательным показателем преломления [1]. Эту идею сформулировал В.Г. Веселаго [2] в 1960-х годах в своей пионерской работе, где предсказал экстраординарные свойства оптических инструментов на материалах с отрицательным показателем преломления, а также отметил важность поиска таких материалов. Поскольку в природе таких материалов не существует, работа В.Г. Веселаго оставалась теоретическим предсказанием вплоть до начала нашего века, когда Дж. Пендри и Д. Смит экспериментально продемонстрировали среду с отрицательным показателем преломления, составленную из разрезных колец и проволочек, – первый метаматериал [1].

Метаматериал – это искусственно созданная среда с необычными свойствами, составленная из резонансных элементов, называемых мета-атомами. Свойства метаматериалов, как правило, невозможно (или же технически сложно) получить, используя природные материалы. По типу своих уникальных свойств метаматериалы разделяют на электромагнитные, акустические [3], механические [4].

Наиболее востребованными оказались электромагнитные метаматериалы – исторически первые. Для создания новых электронных приборов особый интерес представляет взаимодействие электромагнитных волн СВЧ диапазона со средами, и применение электромагнитных метаматериалов позволяет этим взаимодействием управлять. Изменяя мета-атомы и их взаимное расположение, мы можем менять дисперсионное соотношение в метаматериалах и, следовательно, управлять прохождением, отражением и поглощением микроволнового излучения в таких метаматериалах. Интерес к электромагнитным метаматериалам развился в создание сред с координатно-зависимыми свойствами и сред с возможностью настройки и переключения свойств внешним воздействием, разработку активных метаматериалов, способствующих усилению сигнала [5]. Благодаря перечисленным свойствам метаматериалы нашли свое применение в разработке антенн, поглотителей электромагнитного излучения, суперлинз (линз с разрешением лучше чем

стандартное дифракционное ограничение), устройств оптической и электромагнитной маскировки, фильтрах.

Экспериментальному и теоретическому исследованию метаматериалов посвящено большое количество работ. Главные проблемы, выявленные в ходе исследований метаматериалов, – это диссипация и недостаточная малость мета-атома в сравнении с длиной волны. Обе эти проблемы решаются в сверхпроводящих метаматериалах на основе спиральных резонаторов: спиральная геометрия делает мета-атомы компактными, выполнение мета-атомов из сверхпроводящих материалов сокращает омические потери.

Изучение сверхпроводящих метаматериалов – совершенно новое направление, которое возникло несколько лет назад. Помимо решения проблемы омических потерь, сверхпроводящие метаматериалы предлагают дополнительные возможности переключения внешним магнитным полем, светом, электрическим током. Нелинейное и мультистабильное поведение сверхпроводящих резонаторов позволяет менять закон дисперсии в еще более широких пределах. Таким образом, исследование сверхпроводящих метаматериалов на основе компактных спиральных резонаторов является актуальным и может внести существенный вклад в развитие науки о метаматериалах.

Цель работы: экспериментальное и теоретическое исследование электродинамики сверхпроводящих метаматериалов, построенных из мета-атомов в виде плоских сверхпроводящих спиральных резонаторов. Для достижения поставленной цели перед автором были поставлены следующие

Задачи:

– Построить математическую модель электродинамики плоских сверхпроводящих резонаторов в форме спирали Архимеда, а также спирали Архимеда без центральной части (кольцевых спиральных резонаторов). Аналитически рассчитать резонансные частоты, функции распределения тока собственных мод и магнитного поля вокруг спирального резонатора.

– Экспериментально исследовать резонансные частоты спиральных резонаторов, функции распределения тока собственных мод, структуру магнитного поля вблизи поверхности спирали.

– Сопоставить аналитически полученные значения резонансных частот и функций распределения тока и магнитного поля на этих частотах с результатами численного моделирования и эксперимента.

– Получить выражение для магнитного момента одиночного мета-атома.

– Рассчитать взаимодействие двух мета-атомов

– Определить электромагнитный отклик метаматериала на внешнее магнитное поле. Рассмотреть влияние радиационных потерь мета-атома на магнитную восприимчивость метаматериала.

Научная новизна. В работе впервые построена математическая модель электродинамики плоских спиральных резонаторов конечной длины. Для плоских спиралей Архимеда, а также спиралей Архимеда без центральной части (кольцевых спиральных резонаторов) модель позволяет находить: резонансные частоты, функции распределения токов собственных мод, магнитные поля этих токов. Показано аналитически и подтверждено экспериментально, что резонансные частоты кольцевого спирального резонатора относятся как нечетные числа, что нетипично для полуволнового резонатора. Показано аналитически и подтверждено экспериментально, что резонансные частоты спирального резонатора в форме полной спирали Архимеда относятся как целые числа. Экспериментально получены и объяснены теоретически функции распределения резонансных токов и магнитного поля в ближней зоне резонатора.

Впервые аналитически показана возможность реализации сверхпроводящего метаматериала с отрицательной магнитной восприимчивостью на микроволновых частотах, используя плоские спиральные резонаторы как мета-атомы.

Теоретическая и практическая значимость работы. Разработана аналитическая модель электродинамики плоского сверхпроводящего резонатора в форме спирали Архимеда. Данная модель позволяет предсказывать из геометрических параметров

спирали: резонансные частоты, функции распределения тока на резонансных частотах и магнитного поля в ближней и дальней зонах резонатора. Экспериментально установлены и объяснены теоретически особенности спектра резонансных частот двух типов спиральных резонаторов. Продемонстрировано хорошее соответствие теории, эксперимента и численного моделирования.

Показана возможность реализации метаматериала с отрицательной магнитной восприимчивостью на основе плоских спиральных резонаторов в микроволновом диапазоне частот.

Методы вычисления. Вычисления проводились в рамках теории спиральных замедляющих систем [6], расширенной для описания плоских спиралей Архимеда конечной длины. Электродинамика резонатора описывалась в приближении плотной упаковки витков спирали, распределение тока по поперечному сечению металлизации, образующей спираль, считалось однородным, омические потери не учитывались.

Электромагнитный отклик метаматериала на внешнее магнитное поле рассчитывался в приближении слабой связи между мета-атомами.

Резонансные частоты измерены в гелиевом криостате замкнутого цикла, для измерения функций распределения тока использовался лазерный сканирующий микроскоп, для исследования магнитного поля вблизи поверхности резонатора использовался разработанный в лаборатории «Сверхпроводящие метаматериалы» измерительный стенд.

Положения, выносимые на защиту:

1. Обобщение метода спирально проводящей цилиндрической поверхности, известного для описания электродинамики цилиндрической спирали, на случай плоской проводящей спирали конечной длины: аналитическая модель плоского сверхпроводящего резонатора в виде спирали Архимеда и спирали Архимеда без центральной части (кольцевого спирального резонатора).
2. Аналитически полученные резонансные частоты, функции распределения тока собственных мод и магнитного поля этих токов для спиральных резонаторов двух типов.

3. Экспериментальное подтверждение аналитической модели: результаты исследования резонансных частот, функций распределения тока и магнитного поля вблизи поверхности спирали.
4. Теоретическое обоснование возможности реализации метаматериала с отрицательной магнитной восприимчивостью на основе плоских спиральных резонаторов.
5. Электромагнитный отклик метаматериала с учетом потерь мета-атома на излучение.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials (г. Бордо Франция 2013г.), The 8th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials (г. Копенгаген, Дания 2014г.), международная конференция «Вторая Московская Микроволновая Неделя» (Москва 2014г.), 18-ый международный семинар по физике низких температур и сверхпроводимости (Италия, 2015г.), а также на научных семинарах физического института Технологического Университета Карлсруэ.

Личный вклад автора. Теоретическая часть работы, проведение измерений на лазерном сканирующем микроскопе, обработка и анализ результатов исследования, сопоставление результатов эксперимента с результатами численного и аналитического моделирования, подготовка публикаций и докладов конференций.

Публикации. Результаты, представленные в диссертации, опубликованы в двух статьях в зарубежных реферируемых журналах, входящих в список Web of science и список изданий, рекомендуемых Высшей аттестационной комиссией России для опубликования научных результатов диссертации на соискание ученой степени кандидата.

Вклад соавторов. Все работы по теме диссертации опубликованы в соавторстве с научным консультантом М.В. Фистулем, научным руководителем А.В. Карповым и

руководителем лаборатории А.В. Устиновым, которые проводили общее руководство исследованием, формировали цели и ставили задачи перед автором.

А.П. Журавель руководил работой автора на лазерном сканирующем микроскопе.

А.С. Аверкин проводил численное моделирование электродинамики исследуемых структур.

Н.Н. Абрамов разработал и реализовал уникальный способ измерения магнитного поля вблизи поверхности спирального резонатора и руководил измерениями автора на данном измерительном стенде.

Объём и структура диссертации. Работа изложена на 103 страницах и иллюстрирована 42 рисунком. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Список цитированной литературы содержит 78 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава 1 посвящена аналитическому обзору литературы по метаматериалам, методам теоретического описания и экспериментального исследования их электродинамики. В **разделе 1.1** дается краткий обзор магнитных материалов, встречающихся в природе и их свойства. В **разделе 1.2** описываются метаматериалы, позволяющие реализовать свойства, у природных материалов не встречающиеся. **Раздел 1.3** посвящен сверхпроводящим метаматериалам и преимуществам, которые дает их использование. В **разделе 1.4** приводится обзор методов экспериментального исследования сверхпроводящих метаматериалов. В **разделе 1.5** описывается состояние и методы теоретического описания спиральных резонаторов, выбранных в данной работе в качестве мета-атомов метаматериала.

Глава 2 представляет теоретическое и экспериментальное исследование плоского сверхпроводящего резонатора в форме спирали Архимеда без центральной части (рис. 1а).

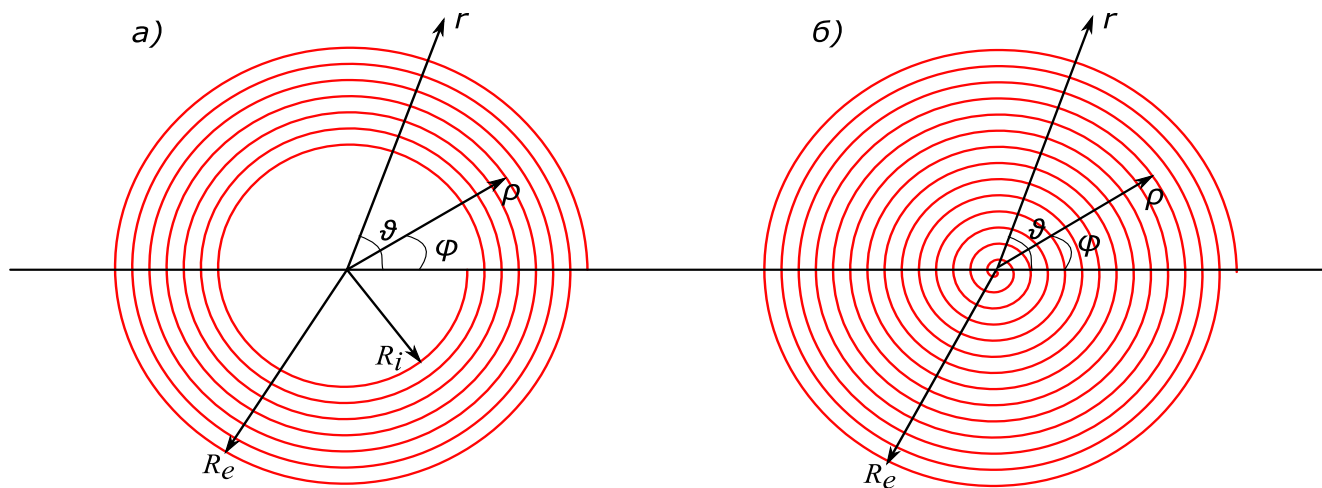


Рисунок 1 – Эскиз резонатора в виде спирали Архимеда без центральной части – кольцевого спирального резонатора (а) и спирали Архимеда (б) с большим количеством витков, внешним радиусом R_e и внутренним радиусом R_i . Радиус-вектор $\vec{\rho}$ и полярный угол φ задают точку на спирали. Радиус-вектор \vec{r} и полярный угол θ задают некоторую точку в плоскости спирали.

В работах [7, 8] было экспериментально обнаружено, что плоские спиральные резонаторы в форме спирали Архимеда без центральной части демонстрируют от пяти до семи странно периодичных резонансных пиков, первый из которых наблюдается при 74 МГц. В этих работах исследовалась плоская ниобиевая спираль с большим числом плотноупакованных витков. В ходе дальнейшего исследования подобных структур, нами была обнаружена интересная особенность спектра резонансных частот: частоты относятся как нечетные числа. Кольцевые резонаторы были исследованы с помощью лазерного сканирующего микроскопа (ЛСМ), что позволило увидеть распределение тока в спирали на резонансных частотах (рис. 2). Из полученных результатов легко видеть, что на краях спирали ток минимален (темные области), и на каждом резонансе число максимумов тока (ярких областей) совпадает с номером моды. Такое резонансное поведение характерно для полуволнового резонатора (узлы тока на обоих концах резонатора), каким и является кольцевой спиральный резонатор (на концах спирали ток равен нулю). Измеренные же резонансные частоты относятся как нечетные числа, что характерно для четвертьволнового резонатора (на одном конце узел тока, на втором пучность тока). Т.о., для понимания зависимости резонансных частот от числа осцилляций тока в спирали n , возникла необходимость

тщательно выполнить теоретический анализ электродинамики спирального резонатора.

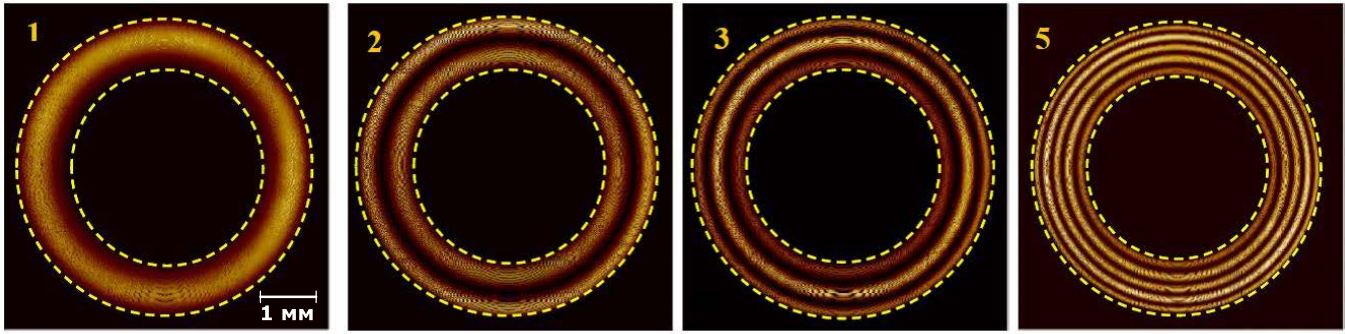


Рисунок 2 – ЛСМ изображения распределения тока в сверхпроводящей спирали для первой, второй, третьей и пятой мод. Пунктирными линиями обозначены внешний и внутренний края спирали. Яркие области соответствуют максимуму СВЧ тока. Легко видеть, что на каждом резонансе число ярких областей совпадает с номером моды.

Раздел 2.1 посвящён построению аналитической модели кольцевого резонатора. При построении модели электродинамики плоского спирального резонатора, мы полагаем спираль кольцевой, т.е. имеющей внутренний радиус близким к внешнему, и плотноупакованной, т.е. имеющей большое количество витков. Метод спирально-проводящей плоскости, которым мы пользуемся для изучения электродинамики спирали, аналогичен методу спирально-проводящего цилиндра, который используется для описания бесконечной спиральной катушки [6] и подробно описан в разделе 1.5. На первом шаге построения модели, пренебрегая неоднородностью распределения тока внутри проволоки, образующей спираль, следующим образом представляем вектор-потенциал, зависящий от координаты и времени, в цилиндрических координатах:

$$\vec{A}(t, z, r, \theta) = \frac{\mu_0 e^{i\omega t}}{4\pi} \int_0^r \frac{e^{-ikR}}{R} \psi(s) \vec{ds}, \quad (1)$$

где k – волновой вектор, равный $\frac{\omega}{c}$;

\vec{ds} – вектор вдоль спирали;

$\psi(s)$ – функция распределения тока по длине спирали;

R – расстояние между точкой с координатами (z, r, θ) и точкой на спирали с координатами $(0, \rho, \varphi)$.

Далее, через векторный потенциал, в свою очередь, выражаем компоненты электрического поля, которые подчиняются естественному граничному условию: электрическое поле, параллельное проводнику, равно нулю. Для спирали условие записывается так:

$$R_e \alpha E_r + r E_\theta \Big|_{z=0} = 0, \quad (2)$$

где α – параметр, характеризующий плотность навивки спирали и равный

$$\frac{R_e - R_i}{2\pi N R_e} \ll 1.$$

Перейдя к функции тока в граничном условии (2) и воспользовавшись тем, что внутренний радиус спирали близок к внешнему, получим сингулярное интегральное уравнение Карлеманова типа, решение которого будет таким:

$$\psi(x) = \frac{A}{\sqrt{1-x^2}} \left[pw \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-y^2} \sin(pwy + \phi) dy}{y-x} + \frac{\pi J_0(pw) \cos(\phi)}{\ln \frac{2R_e}{w}} \right], \quad (3)$$

где $2w = R_e - R_i$ – ширина спирали,

x – координата, отсчитываемая от середины спирали и меняющаяся в интервале от -1 до 1,

A – амплитуда векторного потенциала,

p – волновой вектор.

Распределение тока $\psi(x)$ должно удовлетворять естественным граничным условиям $\psi(-1)=\psi(1)=0$, т.е. обращаться в ноль на концах спирали. Это возможно только для определенных значений волнового вектора p_n и, соответственно, частот $\omega_n = c a p_n$. Более того, мы получаем четные решения для $\psi(x)$ при $\sin(x)=0$, а нечетные – при $\cos(x)=0$. Наконец, получаем резонансные частоты. Резонансные частоты были рассчитаны для экспериментально исследованного ниобиевого спирального резонатора с параметрами $R_e = 3\text{мм}$ и $R_i = 2.2\text{мм}$ из 40 витков шириной 10мкм . Сопоставление экспериментальных и аналитических значений частот представлено в таблице 1, откуда видно, что: во-первых, отношение резонансных частот

действительно близко к отношению нечетных чисел, хотя и вызвано не четвертьволновым резонансом, а сложной (не синусоидальной) структурой резонансных волн; во-вторых, аналитическая модель с высокой точностью описывает поведение исследуемого образца. Большое отклонение экспериментального значения на первой моде вызвано тем, что именно эта мода сильнее всего связывается с окружающими образец частями экспериментальной установки, выходя за рамки аналитической модели для резонатора, слабо связанного с окружающей средой.

Таблица 1: Сопоставление аналитически рассчитанных и измеренных резонансных частот для ниобиевого спирального резонатора с параметрами $R_e = 3\text{мм}$ и $R_i = 2.2\text{мм}$ из 40 витков шириной 10мкм .

№	Экспериментально полученные резонансные частоты, MHz	Аналитически полученные резонансные частоты, MHz	Отношение экспериментального к аналитическому значению
1	195	145	1,333
2	444	424	1,047
3	709	692	1,024
4	981	973	1,009
5	1250	1246	1,003

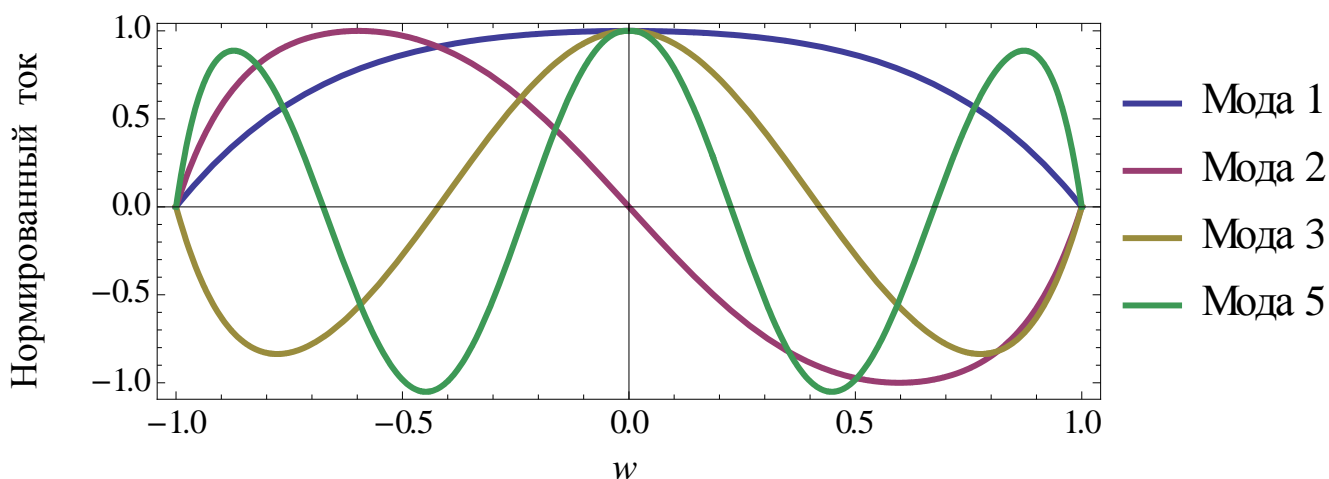


Рисунок 3 – Функции распределения тока для первой, второй, третьей и пятой мод кольцевого резонатора, нормированные на максимальное значение тока для данной моды, в зависимости от координаты w , обращающейся в -1 на внутреннем радиусе и в 1 на внешнем радиусе спирали.

Функции тока (3) для первой, второй, третьей и пятой мод кольцевого резонатора, нормированные на максимальное значение тока для данной моды, показаны на рисунке 3. Сравнение этого аналитического результата с экспериментальным, представленным на рисунке 2, показывает хорошее соответствие: действительно, число полуволн резонансной моды совпадает с номером резонанса, выражение (3) достаточно точно описывает положения максимумов и минимумов резонансных токов.

Раздел 2.2 посвящён теоретическому описанию магнитного поля, создаваемого резонансными токами, в ближней и дальней зоне кольцевого резонатора. Взаимодействие спиральных резонаторов с окружающей средой и/или между собой происходит именно по магнитному полю. Т.о. для дальнейшего понимания физики метаматериала, составленного из спиральных мета-атомов, необходимо продолжить аналитическую модель для описания магнитных полей резонаторов. Для этого, громоздкое аналитическое выражение для распределения тока на резонансных частотах (3) аппроксимируем упрощенной функцией. Спираль представляется в виде совокупности кольцевых элементов с однородными токами. Вычисляем магнитное поле кольцевого тока и интегрируем его по совокупности кольцевых элементов с током, где амплитуда задана упрощенной аппроксимирующей функцией. Полученный результат представлен графически на рисунке 4 для первой, второй, третьей и четвертой мод кольцевого резонатора. Из рисунка 4 видно, что поле четных мод локализовано в ближней зоне, что приводит к быстрому падению связи резонатора с окружающими устройствами и полями. Поле нечетных мод на расстоянии порядка диаметра по структуре сходно с магнитным полем одиночного кольца с током, но по большей части оно локализовано вблизи спирали. На модах выше первой существуют точки с локальными минимумами магнитного поля. Также наглядно продемонстрировано, что, действительно, магнитное поле первой моды спадает с удалением от образца гораздо медленнее, и, потому, именно эта мода сильнее всего связывается с приемным устройством, также сильнее ее взаимодействие с окружающими частями установки.

В разделе 2.3. представлены результаты экспериментальных исследований кольцевого резонатора. Описано измерение резонансных частот, представленных в таблице 1 в

сравнении с аналитическими результатами, и функций распределения тока, показанных на рисунке 2. Исследование функций распределения тока и резонансных частот проводилось при помощи низкотемпературного лазерного сканирующего микроскопа (подробно методы ЛСМ описаны в разделе 1.4).

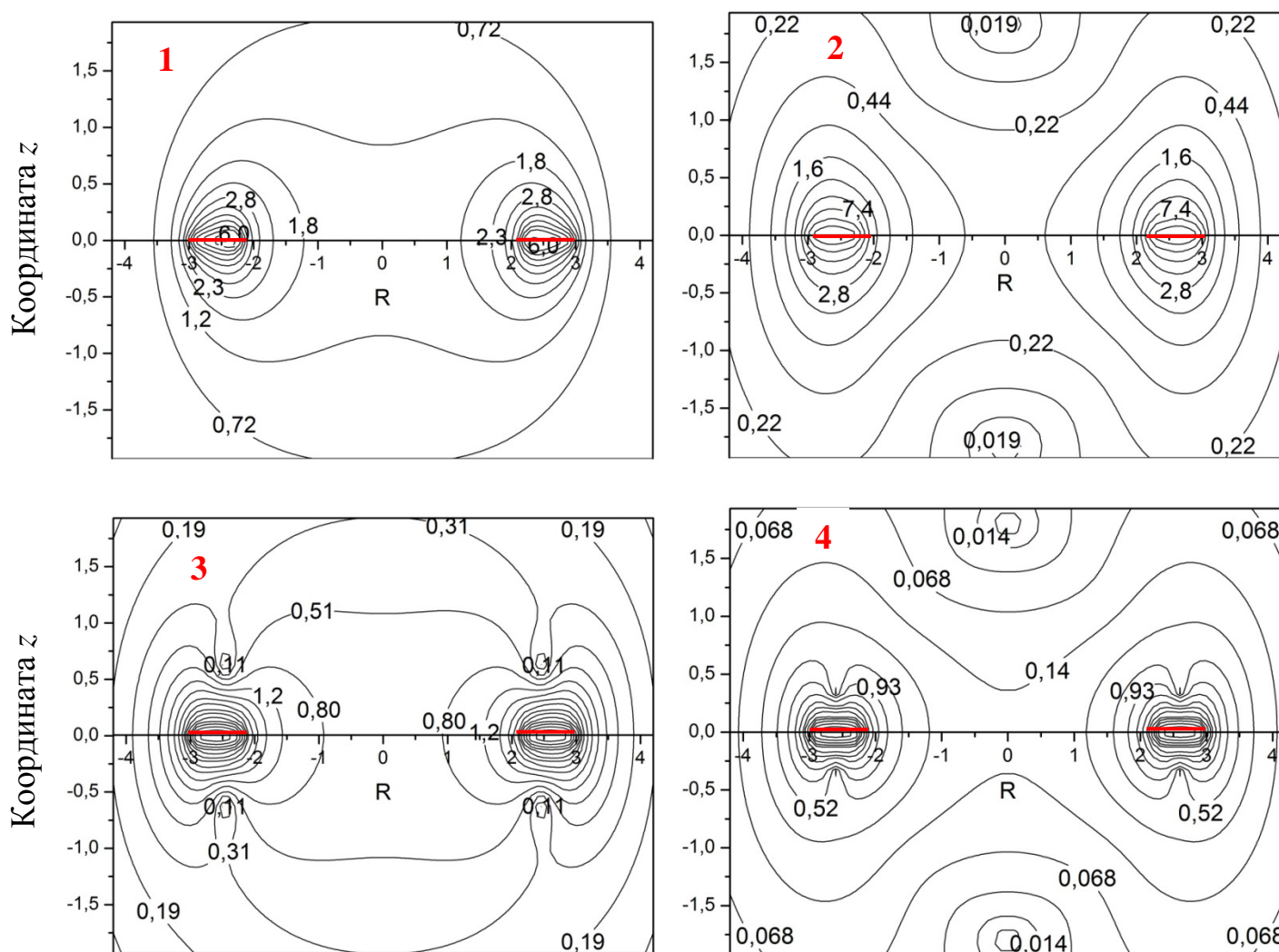


Рисунок 4 – Линии постоянства магнитного поля в поперечном сечении спирали для первых четырех мод кольцевого резонатора. Красными линиями показана область спирали в поперечном сечении.

В нашем случае, для исследования в ЛСМ образец помещается в криостат на охлаждаемый держатель, через образец передается СВЧ сигнал. Резонатор освещается лазерным лучом, действующим как бесконтактный оптический зонд. Лазерный луч нагревает сверхпроводник в некоторой малой области, подавляет сверхпроводимость и уменьшает переменный ток через нагретую область, т.е. вносит дополнительные потери в систему передачи СВЧ сигнала. Синхронный детектор фиксирует изменение

коэффициента пропускания сигнала через образец, как функцию положения лазерного луча на поверхности образца. Коэффициент пропускания изменяется пропорционально квадрату поверхностного тока, подавляемого лазерным лучом в данной области исследуемого образца. Регистрируя т.о. потери, вызванные лазерным лучом, получаем двумерное изображение плотности токов, каждый пиксель которого соответствует изменению коэффициента пропускания системы при воздействии лазера на соответствующую точку образца. Для измерения резонансных частот выключаем лазер и измеряем коэффициент передачи сигнала через образец векторным анализатором цепей.

Глава 3 посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию плоского сверхпроводящего резонатора в форме спирали Архимеда (рис 1б). Такой резонатор является еще более компактным, чем кольцевой резонатор, изученный в главе 2, т.е. соотношение диаметра к длине волны у резонатора в форме спирали Архимеда существенно меньше, чем у кольцевого резонатора. Однако, для описания электродинамики, резонатор в форме спирали Архимеда является более трудным объектом. Аналитическая модель электродинамики спирали Архимеда конечной длины ранее в литературе представлена не была. Построению этой модели посвящен раздел 3.1. Здесь мы строим модель аналогично модели кольцевого резонатора: выражаем векторный потенциал и электрическое поле через функцию распределения тока и записываем граничное условие (2), т.е. полагаем, что электрическое поле вдоль проводника равно нулю. Однако, далее мы уже не можем положить, что внутренний радиус спирали близок к внешнему, и граничное условие (2) превращается в сложное интегро-дифференциальное уравнение

$$-2\frac{K(v)}{g_1(v)}\psi'_v(1)v^{-2} + 4\psi''_v(v) + \frac{\omega^2 R_e^2}{c^2 \alpha^2} \frac{g_2(v)}{g_1(v)} \psi(v) = 0, \quad (4)$$

где $v = \frac{r^2}{R_e^2}$, $K(v) = R_e v \int_0^\infty dx J_1[\sqrt{v}x] J_1[x]$, $g_1(v) = R_e v^{\frac{1}{2}} \int_{\sqrt{v}}^\infty du \int_0^\infty dx J_1[ux] J_1[x]$ и

$g_2(v) = R_e v^{\frac{1}{2}} \int_{\sqrt{v}}^\infty du u^{-1} \int_0^\infty dx J_1[ux] J_1[x]$. С хорошей точностью отношение $\frac{g_2(v)}{g_1(v)}$ может быть

принято равным единице. Решение уравнения (4) может быть получено следующим

образом: в первом приближении можно пренебречь отношением $\frac{K(v)}{g_1(v)}$. В этом случае,

уравнение (4) сильно упростится, и решением его будет $\psi(v) = \sin\left(\frac{\omega R_e}{2c\alpha} v\right)$. В связи с этим, в дальнейшем приближении будем искать решение уравнения (4) в виде

$$\psi(v) = \sum_n A_n \sin(\pi n v). \quad (5)$$

Форма (5) подставляется в уравнение (4), и тогда коэффициенты разложения (5) находятся следующим образом:

$$A_n = \frac{2\pi\beta_n}{-2\pi^2 n^2 + \frac{\omega^2 R_e^2}{2c^2 \alpha^2}} \sum_m (-1)^m A_m m, \quad (6)$$

где $\beta_m = \int_0^1 dv \frac{K(v)}{g_1(v)} v^{-2} \sin \pi m v$. Коэффициенты разложения вычисляются для каждой из резонансных мод.

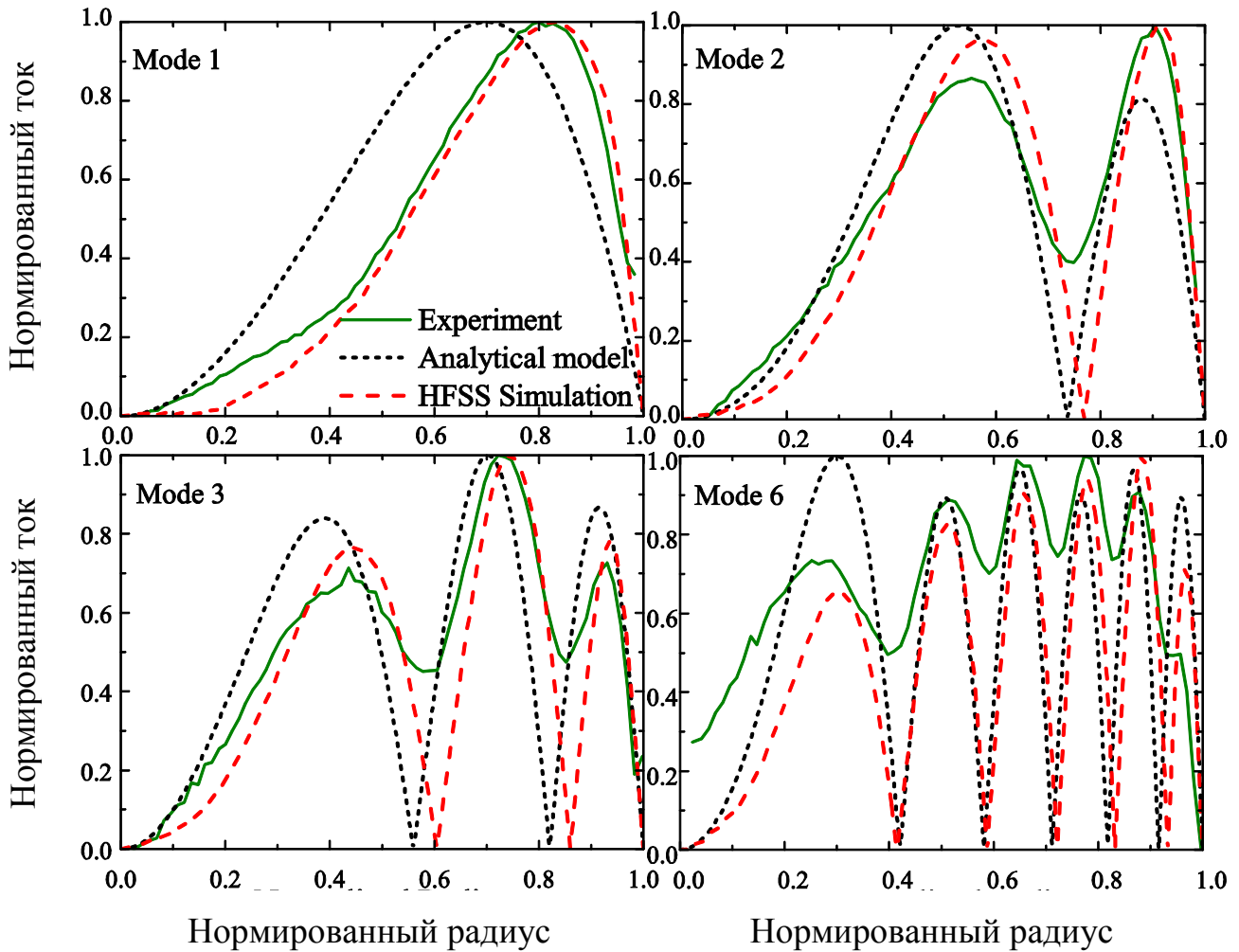


Рисунок 5 – Амплитуда плотности тока вдоль радиуса ниобиевой спирали диаметром 3 мм. Зеленая линия показывает экспериментально полученный результат, красная – результат численного моделирования, черная – функцию тока, рассчитанную по формуле (90). Все результаты нормированы на единицу.

На рисунке 5 представлены полученные таким образом функции распределения тока для первых четырех резонансных мод в сравнении с результатами эксперимента и численного моделирования. Резонансные частоты находятся из следующего трансцендентного уравнения:

$$\pi = \sum_n \frac{(-1)^n n \beta_n}{-n^2 + \frac{\omega^2 R_e^2}{4\pi^2 c^2 \alpha^2}}. \quad (7)$$

Магнитное поле, создаваемое резонансными токами, находим тем же методом, что и для кольцевого резонатора: аппроксимируем спираль совокупностью колец с током, радиус которых меняется от нуля до R_e . Ток в каждом кольце считаем однородным и равным значению функции распределения тока спирали для данного радиуса.

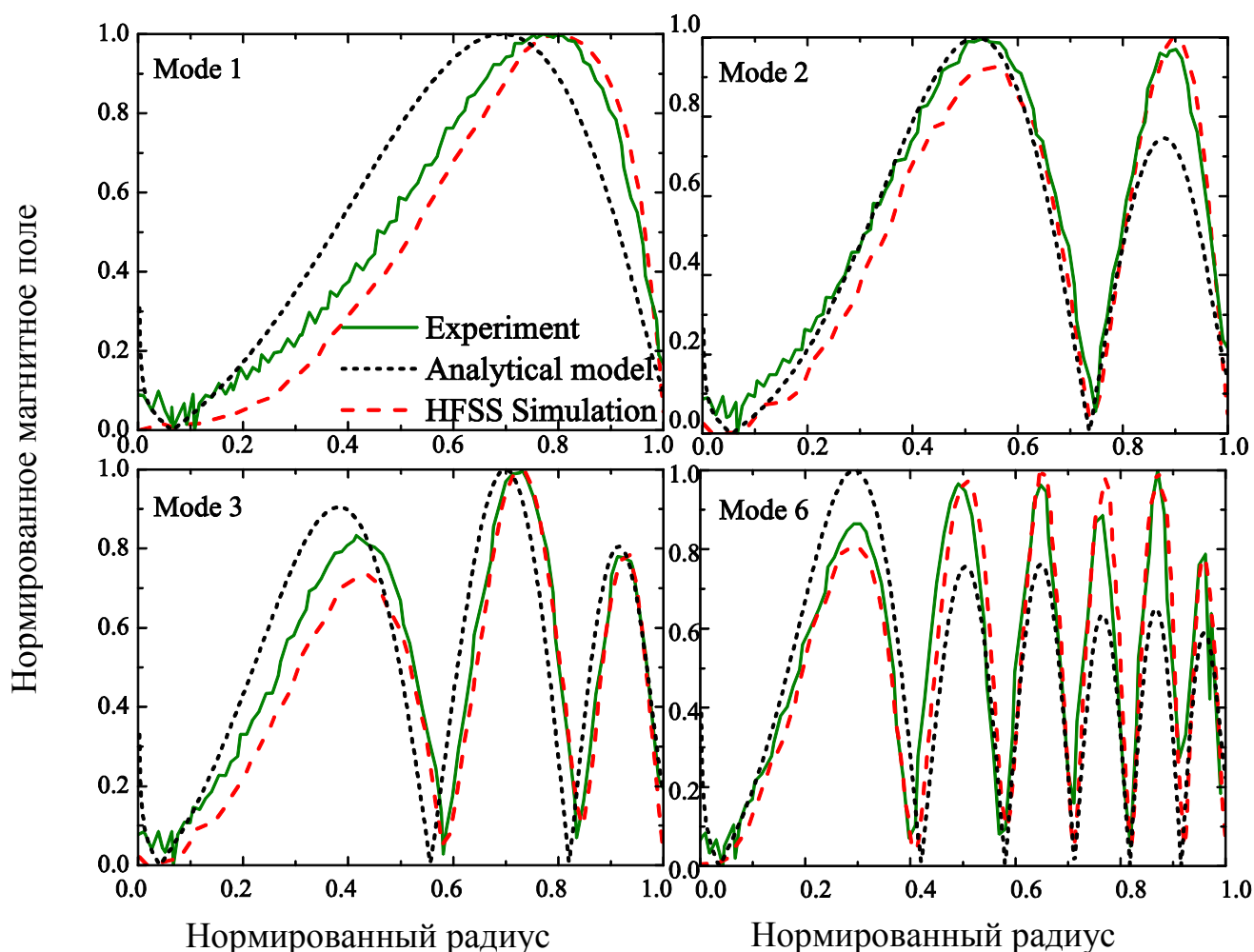


Рисунок 6 – Магнитное поле на расстоянии 0,3 мм от поверхности медной спирали диаметром 32 мм на первой, второй, третьей и шестой резонансных модах. Зеленая линия показывает экспериментально полученный результат, красная – результат

численного моделирования, черная – магнитное поле, рассчитанное аналитически. Все результаты нормированы на единицу.

Посчитанное таким образом магнитное поле представлено на рисунке 6 для первых четырех резонансных мод в сравнении с результатами эксперимента и численного моделирования.

Раздел 3.2 описывает измерение магнитного поля вблизи поверхности спирального резонатора. Благодаря измерительной установке, разработанной Н.Н. Абрамовым в лаборатории «Сверхпроводящие метаматериалы», была экспериментально исследована структура собственных мод спирального резонатора в форме спирали Архимеда. Получен спектр собственных мод резонатора, на котором уверенно различаются 16 мод. Экспериментально измерено пространственное распределение радиальной компоненты магнитного поля вблизи витков спирали на первых шести резонансных модах. Здесь описано исследование медной спирали из 23 витков с шагом 0,7 мм и внешним диаметром 32 мм на подложке RO4350B. Для возбуждения резонатора за печатной платой помещена петля возбуждения. Для измерения радиальной компоненты магнитного поля вблизи поверхности спирального резонатора используется малая петля-пробник. Петля-пробник движется по радиусу над поверхностью спирали и захватывает магнитный поток, создаваемый током спирали. В качестве источника возбуждающего сигнала, а также в качестве приёмника магнитного отклика пробника используется анализатор цепей, измеряющий коэффициент передачи сигнала от возбуждающей петли к петле-пробнику. Для измерения спектра собственных мод спирального резонатора пробник помещается вблизи внешнего края спирали (все моды здесь имеют ненулевую радиальную компоненту магнитного поля и могут быть зарегистрированы) и по частотной зависимости коэффициента передачи фиксируются резонансные частоты. Данные измерения позволяют визуализировать структуру резонансных мод, результаты измерений представлены на рисунке 6 в сравнении с аналитикой и значениями, полученными из численного моделирования. Численное моделирование выполнено А.С. Аверкиным в лаборатории «Сверхпроводящие метаматериалы» с помощью пакета HFSS [10]. Рисунок 6 демонстрирует хорошее соответствие аналитической модели, эксперимента и численного моделирования в положении минимумов и

максимумов и форме кривых.

Раздел 3.3 посвящен результатам измерения функций распределения тока спирального резонатора в форме спирали Архимеда. Функции распределения тока в сверхпроводящем спиральном резонаторе были экспериментально исследованы при помощи низкотемпературного лазерного сканирующего микроскопа (ЛСМ), принцип измерения аналогичен изложенному в разделе 2.2. С помощью ЛСМ был исследован ниобиевый резонатор на кремниевой подложке, спираль имеет 75 витков с шагом 20 мкм и внешним диаметром 3 мм. Экспериментальные данные ЛСМ представлены на рисунке 5 в сравнении с аналитикой и численным моделированием. Численное моделирование выполнено А.С. Аверкиным в лаборатории «Сверхпроводящие метаматериалы» с помощью пакета HFSS [10]. Рисунок 5 демонстрирует хорошее соответствие аналитической модели, эксперимента и численного моделирования в положении минимумов и максимумов и форме кривых. Ненулевое экспериментальное значение тока между максимумами вызвано разогревом спирали через подложку в связи с большой теплопроводностью кремния.

Глава 4 посвящена описанию электродинамики метаматериала на основе плоских спиральных резонаторов. Для понимания физики метаматериала составленного из спиральных мета-атомов необходимо понимать, как спиральные мета-атомы взаимодействуют между собой. Потому, в **разделе 4.1** представлен расчет энергии взаимодействия двух спиральных резонаторов. Энергия взаимодействия двух токов может быть записана следующим образом:

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{c} \int \vec{j}_1 \vec{A}_2 dV. \quad (8)$$

Зная уже и функции тока, и векторные потенциалы, мы можем расписать выражение (8). Для дальнейших расчетов положим центры спирали удаленными друг от друга. Действительно, мы рассматриваем метаматериал, состоящий из слабовзаимодействующих мета-атомов, а это возможно только при достаточном удалении спиралей друг от друга. Тогда выражение для энергии взаимодействия двух спиралей примет компактный вид

$$\varepsilon_{12} = \frac{\mu_0 I_1(t) I_2(t)}{8D^3 R_e \alpha c \sqrt{1 + \alpha^2}} \int_{R_i}^{R_e} dr \psi(r) r^2 \int_{R_i}^{R_e} d\rho \psi(\rho) \rho^2, \quad (9)$$

где D – расстояние между центрами спиралей. Отсюда видно, что энергия взаимодействия спадает как куб расстояния между центрами спиралей, а так же энергия взаимодействия тем больше, чем плотнее навивка спирали.

Раздел 4.2 посвящен определению электромагнитного отклика метаматериала на внешнее магнитное поле. В этом разделе рассмотрен метаматериал, в виде примитивной кубической решетки с периодом a , в узлах которой вместо атомов находятся спиральные мета-атомы (рис. 7). Для того, чтобы вычислить магнитную восприимчивость такого метаматериала, положим, что токи в спиральных резонаторах возбуждены однородным магнитным полем, направленным перпендикулярно плоскостям спиралей (вдоль одной из кристаллографических осей), т.е. $H_z = He^{i\omega t}$. Такое магнитное поле приводит к тому, что компонента электрического поля вдоль спирали уже не равна нулю, и граничное условие для одиночной спирали в свободном пространстве превращается в такое уравнение:

$$R_e \alpha E_r|_{z=0} + r E_\theta|_{z=0} = -i\omega H e^{i\omega t} \frac{r^2}{2}. \quad (10)$$

Выражения для компонент электрического поля мы уже знаем, и можем уравнение (10) упростить. Тогда уравнение (10) примет вид:

$$\psi_v''(v) + \frac{\omega^2 R_e^2}{4c^2 \alpha^2} \psi(v) = \frac{\omega^2 (4\pi)^2 R_e^4 H}{8\mu_0 \alpha c^2} \frac{v}{g_1(v)}. \quad (11)$$

Решение, по-прежнему, будем искать в виде $\psi(v) = \sum_n A_n \sin(\pi n v)$, таким образом, получим следующее уравнение для нахождения коэффициентов разложения:

$$A_m = H \frac{\omega^2 R_e^4}{\mu_0 \alpha c^2} \frac{\gamma_m}{\frac{\omega^2 R_e^2}{4\pi^2 c^2 \alpha^2} - m^2}, \quad (12)$$

где коэффициенты $\gamma_n = \int_0^1 dx \frac{x}{g_1(x)} \sin \pi n x$. Т.о., зная функции тока каждого из резонаторов, находим магнитный момент мета-атомов, а, следовательно, и намагниченность метаматериала:

$$\mu = 1 - C \omega^2 \sum_n \frac{\gamma_n}{(2n+1) \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - n^2 \right)}, \quad (13)$$

где введены обозначения: константа связи спирали с магнитным полем

$$C = \frac{\pi R_e^5}{\mu_0 \alpha a^3 c^2 \sqrt{1 + \alpha^2}} \text{ и характеристическая резонансная частота } \omega_0 = \frac{2\pi c \alpha}{R_e}.$$

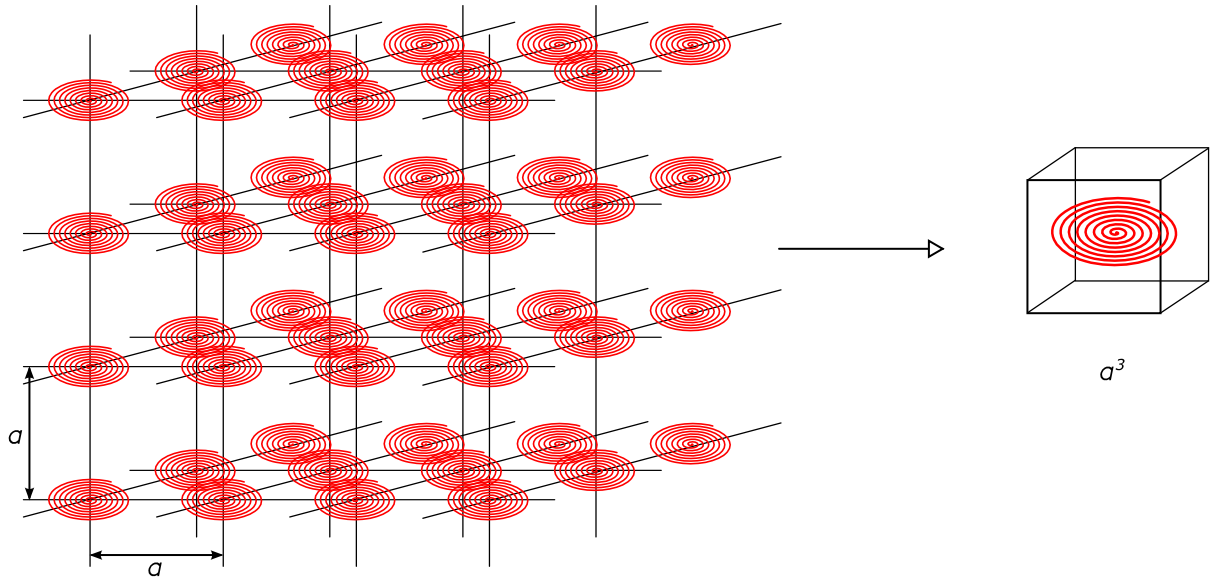


Рисунок 7 – Схема метаматериала, в виде примитивной кубической решетки с периодом a , в узлах которой вместо атомов спиральные мета-атомы. Т.о. на каждый мета-атом приходится элементарная ячейка a^3 .

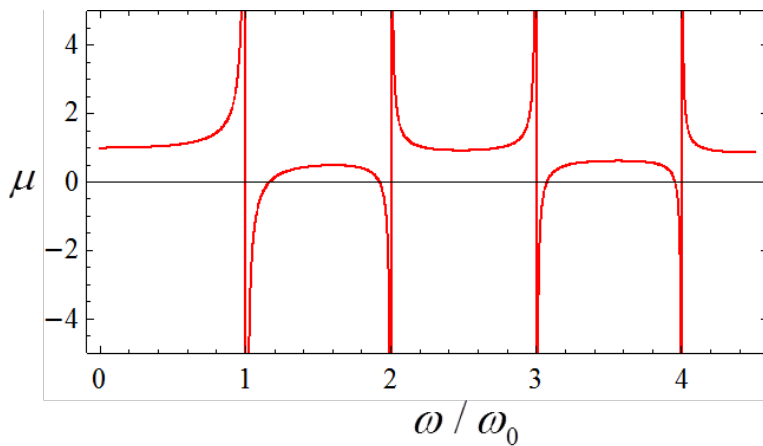


Рисунок 8 – Электромагнитный отклик метаматериала на однородное возбуждение внешним магнитным полем. Визуализация выражения (13).

Графически выражение (13) представлено на рисунке 8. Из рисунка видно, что магнитная восприимчивость демонстрирует резонансное поведение вблизи резонансных частот одиночного резонатора и принимает отрицательные значения. Т.к. не учтены потери энергии при взаимодействии внешнего поля с мета-атомами, на резонансах магнитная восприимчивость

обращается в бесконечность. В связи с этим, в **разделе 4.3** рассмотрено влияние радиационных потерь мета-атома на магнитную восприимчивость метаматериала. Для

этого, во-первых, находится мощность излучения одиночного резонатора на первой моде [9]:

$$P = \frac{R_0 \pi \omega_1^4 R_e^4}{6 c^4} I(t)^2 A_1^2 \int_0^1 r^4 \sin^2 \pi r^2 dr, \quad (14)$$

где R_0 – радиационное сопротивление вакуума. Далее записывается энергия, запасенная в резонаторе на первой моде:

$$W = R_e I(t)^2 A_1^2 \int_0^1 \left[\mu_0 r \left(\ln \frac{16 R_e r}{w} - 2 \right) + \frac{\pi m}{2 e^2 n_s^2} \right] \sin^2 \pi r^2 dr, \quad (15)$$

где первое слагаемое соответствует геометрической индуктивности резонатора, а

второе – кинетической индуктивности.

В этих терминах добротность резонатора на первой моде будет $Q = \frac{\omega W}{P}$. Далее

вводим в выражение для магнитной восприимчивости коэффициент потерь

$\kappa = \frac{\omega_0}{Q}$. Тогда магнитная восприимчивость метаматериала (13)

примет вид

$$\mu = 1 - C \omega^2 \sum_n \frac{\gamma_n}{(2n+1) \left(\frac{(\omega + i\kappa)^2}{\omega_0^2} - n^2 \right)}. \quad (16)$$

В разделе 4.3 аналитически рассмотрен метаматериал с ниобиевыми спиралями из 75 витков и диаметром 3 мм в качестве мета-атомов. Период решетки метаматериала равен 9 мм. На первой моде коэффициент потерь такой спирали порядка 10^{-1} – 10^{-2} . На рисунке 9 показана магнитная восприимчивость метаматериала на первой моде для трех значений коэффициента потерь в

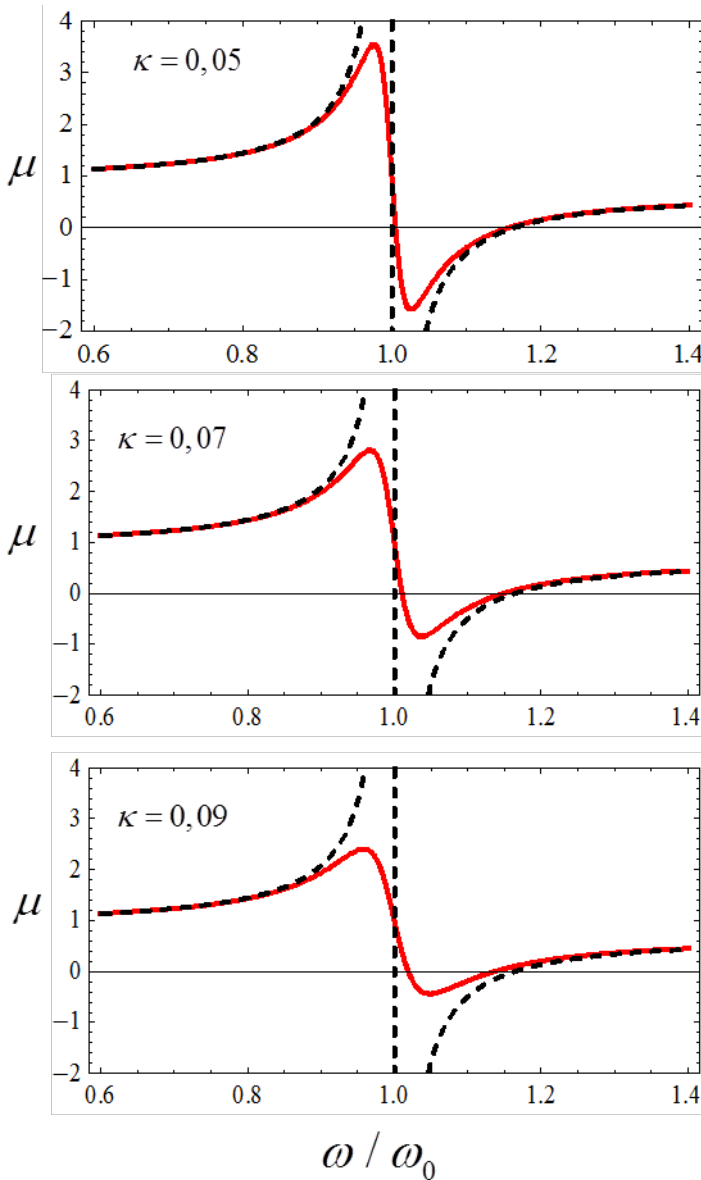


Рисунок 9 – Электромагнитный отклик метаматериала на возбуждение магнитным полем. Выражение (16) при трех значениях κ .

сравнении с магнитной восприимчивостью без учета потерь (13). Из рисунка видно, что магнитная восприимчивость сохраняет резонансное поведение вблизи резонансной частоты одиночного резонатора, однако ее амплитуда уже не обращается в бесконечность, а принимает конечные значения (тем меньшие, чем больше коэффициент κ). Сохраняется также частотная область, где магнитная восприимчивость отрицательна, ширина области порядка 10–15 процентов от резонансной частоты.

ВЫВОДЫ

1. В данной работе поставлена и решена задача о реализации метаматериалов с отрицательной магнитной восприимчивостью на основе спиральных резонаторов.
2. Определен электромагнитный отклик метаматериала на внешнее магнитное поле. Учтено влияние радиационных потерь мета-атомов на магнитную восприимчивость метаматериала.
3. Методика Р.А. Силина и В.П. Сазонова расширена на случай плоских спиральных резонаторов.
4. Аналитически решена задача о собственных модах двух типов плоских резонаторов в форме спирали Архимеда – мета-атомов исследуемого метаматериала.
5. Экспериментально установлены и объяснены теоретически особенности спектра резонансных частот двух типов спиральных резонаторов. Продемонстрировано хорошее соответствие теории, эксперимента и численного моделирования.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

1. Electrodynamics of an ultra-compact ring-shaped spiral resonator / N. Maleeva, M. V. Fistul A. Karpov, A. P. Zhuravel, A. Averkin, P. Jung and A. V. Ustinov, // J. Appl. Phys. 115, 064910 (2014).
2. Electrodynamics of a planar Archimedean spiral resonator / N. Maleeva, N. N. Abramov, A. S. Averkin, M. V. Fistul, A. Karpov, A. P. Zhuravel, and A. V. Ustinov // J. Appl. Phys. 118, 048526 (2015).
3. Electrodynamics of a spiral resonator as a suitable magnetic component of metamaterials / N. Maleeva, M. Fistul, A. Averkin, A. Karpov, and A. V. Ustinov // Proceeding of The

Metamaterials'2013 Conference.

4. Inner modes of a compact spiral resonator suitable for metamaterial applications / N. Maleeva, M. Fistul, N.N. Abramov, A. Averkin, A. P. Zhuravel, A. Karpov, and A. V. Ustinov // Proceeding of The Metamaterials'2014 Conference.
5. Математическая модель плоского спирального резонатора конечной длины / Малеева Н.А., Фистуль М.В., Абрамов Н.Н., Аверкин А.С., Карпов А.В., Журавель А.П., Устинов А.В. // Тезисы Второй Московской Микроволновой Недели, 26-28 ноября, Москва (2014).
6. Negative Permeability In 3D Superconducting Metamaterial / N. Maleeva, M. Fistul, A. Karpov, and A. V. Ustinov // Proceeding of The Metamaterials'2015 Conference.

ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. John B. Pendry, David R. Smith, Reversing Light with Negative Refraction // Physics Today.–2004.– 57 (6).
2. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // УФН. — 1967. — Т. 92. — С. 517.
3. S. B. Guenneau, A. Movchan, G.Pétursson, S. Anantha Ramakrishna, Acoustic metamaterials for sound focusing and confinement // New Journal of Physics.–2007.–9 (11)–p.399.
4. J. Page, Metamaterials: Neither solid nor liquid // Nature Materials.– 2011.–10 (8)–pp.565–566.
5. N. I. Zheludev, The Road Ahead for Metamaterials // Science.– 2010.–328 (5978)–pp.582–583.
6. Р.А. Силин и В.П. Сазонов, Замедляющие системы.–М.:Советское радио, 1966.
7. C. Kurter, J. Abrahams, S. M. Anlage, Miniaturized Superconducting Metamaterials for Radio Frequencies // Appl. Phys. Lett.– 2010.–96, 253504.
8. C. Kurter, A. P. Zhuravel, J. Abrahams, C. L. Bennett, A. V. Ustinov, S. M. Anlage, Superconducting RF Metamaterials Made with Magnetically Active Planar Spirals // IEEE Trans. Appl. Supercond.– 2011.–21, 709.
9. H.A. Wheeler, The radian sphere around a small antenna // Proceedings of the IRE.– 1959.
10. ANSYS HFSS at www.ansys.com

Малеева Наталия Андреевна

Электродинамика сверхпроводящих метаматериалов на основе
плоских спиральных резонаторов

Формат 60×90/16 Тираж 100 экз.

Подписано в печать 08.10.2015. Заказ № 327

Типография ООО «Генезис» 8 (495) 434-83-55

119571, г. Москва, пр-т Вернадского, 86